AO 8820

THESE

presentée à

L'UNIVERSITE DE PROVENCE

AIX MARSEILLE I

pour obtenir le grade de

Docteur ès Sciences Physiques

par

Gérard LEMAITRE

# OPTIQUE ASTRONOMIQUE ET ELASTICITE

Soutenue le 18 janvier 1974, devant la Commission d'examen

| | | |
|---|---|---|
| MM. | Ch. FEHRENBACH | President |
| | A. ARNULF | |
| | P. CASAL | Examinateurs |
| | A. BARANNE | |
| | G. COURTES | |

AO 8820

THESE

presentée à

L'UNIVERSITE DE PROVENCE

AIX MARSEILLE I

pour obtenir le grade de

Docteur ès Sciences Physiques

par

Gérard LEMAITRE

# OPTIQUE ASTRONOMIQUE ET ELASTICITE

Soutenue le 18 janvier 1974, devant la Commission d'examen

| | | |
|---|---|---|
| MM. | Ch. FEHRENBACH | President |
| | A. ARNULF | |
| | P. CASAL | Examinateurs |
| | A. BARANNE | |
| | G. COURTES | |

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

| | |
|---|---|
| J.C. TRAYNARD | Chimie industrielle |
| C. CLARION (Mlle) | Mécanique des fluides |
| A. PONS | Botanique |
| A. GIRARDIE | Zoologie |
| J. MANDELBROJT | Physique |
| M. BIZOUARD | Physique |
| J.P. DAVID | Physique |
| J.C. MAIRE | Chimie |
| M. SIMON | Physiologie animale |
| G. MARCHIS-MOUREN | Chimie biologique |
| R. PETIT | Physique |
| M. HUGON | Psycho-physiologie |

## PROFESSEURS SANS CHAIRE

| | |
|---|---|
| R. AMAR | Zoologie |
| L. DEVEZE | Biologie marine |
| F. BOREL | Techniques mathématiques de la physique |
| R. CHANDEBOIS (Mlle) | Biologie animale |
| H. GUENOCHE | Mathématiques appliquées |
| J. HENNEQUIN | Electronique |
| S. GUEIRARD (Mlle) | Pétrographie |
| C. FEUGEAS | Chimie |
| J. CABANE | Chimie |
| G. RASIGNI | Physique |
| S. COMBET | Chimie |
| R. GARRON | Physique expérimentale |
| M. CADILHAC | Physique |
| B. WAEGELL | Chimie |
| F. HALBWACHS | Physique |
| M. PICHENOT (Mlle) | Biologie végétale |
| M. GILLET | Physique |
| L. SARDA | Biochimie |
| C. ROMAN | Physiologie animale |
| A. GILLET | Mathématiques |
| S. MARTINUZZI | Physique |

## MAITRES DE CONFERENCES

| | |
|---|---|
| H. PATIN | Chimie |
| J. CRESP | Biologie animale |
| M. BENARROCHE | Physique |
| H. TACHOIRE | Chimie |
| E. VINCENT | Chimie |
| L. VICENTE | Biologie animale |
| J. MANUCEAU | Mathématiques |
| R. GUERMEUR | Physique |
| M. DELAAGE | Biochimie |
| F. CATZIGRAS (Mlle) | Géologie |
| M. STRUGUE (Mme) | Physique |
| H. MERDY | Physique |
| L. PUJOL | Chimie |
| A. LAVAGNE | Biologie végétale |
| J. GIUDICELLI | Biologie animale |
| M. FOUGEREAU | Biochimie |
| G. HOAT | Physiologie végétale |
| R. BOUDET | Mathématiques |

... /...

| | |
|---|---|
| R. STREIFF | Chimie |
| J.P. BELAICH | Microbiologie |
| P. NEVILLE | Biologie végétale |
| J.P. SOUBLIN | Mathématiques |
| S. DELACHE (Mme) | Mathématiques |
| A. CASALOT | Chimie |
| M. MOULINS | Biologie générale |
| J. DETRAZ | Mathématiques |
| R. PUJOL | Psycho-physiologie |
| B. MARTINET | Mathématiques |
| G. FARDOUX | Mathématiques |
| D. BENLIAN | Chimie |

-:-:-:-:-:-:-:-:-:-

# I N T R O D U C T I O N

Ainsi que le remarquait A. Couder, on aurait tort de croire que l'idée du télescope réflecteur appartienne à Gregory ou à Newton , "elle est beaucoup plus ancienne et l'on ne doit pas s'en étonner. Il est même surprenant, la catoptrique s'étant constituée longtemps avant la dioptrique, que le premier instrument n'ait pas été un télescope réflecteur ; ce sont peut être les difficultés de réalisation qui en ont décidé autrement." Les propriétés géométriques et optiques des coniques étaient en effet connues des grecs, mais les problèmes que posaient la taille d'un disque métallique de qualité optique restèrent non résolus jusqu'à Newton.

Afin de diminuer ces difficultés Foucault montra, en construisant le télescope de 80-cm installé à Marseille, qu'il était préférable de dissocier le problème de la taille et celui du facteur de réflexion en polissant un miroir de verre sur lequel on dépose ensuite une mince couche d'argent. Cette argenture peut être refaite à volonté sans altérer le profil du miroir. On sait maintenant obtenir d'excellents facteurs de réflexion, par sublimation sous vide, mais la taille d'un dioptre asphérique reste encore un travail long et difficile.

La sphère - ou le plan- est la surface naturellement engendrée par l'usure résultant du frottement de deux solides indéformables et de mêmes dimensions dans un mouvement relatif à trois degrés de liberté (trois rotations). Les recnerches effectuées jusqu'à présent sur la taille des surfaces asphériques conduisent à envisager de très nombreuses méthodes : dépot d'une couche d'épaisseur variable, abrasion par projection de micro-particules, solidification sous centrifugation, variation d'indice par bombardement neutronique, action chimique, machines à commandes numériques, répartition géométrique des zones abrasives, reproduction par came et pentographe, expansion thermique différentielle, élasticité des outils ou des dioptres et trajectoires statistiques combinées aux retouches zonales. Lorsqu'il s'agit de pièces optiques devant présenter la qualité astronomique, on a coutume d'utiliser l'effet que produit la flexion de l'outil pleine taille. Toutefois cet effet ne permettant généralement pas d'aboutir pleine-

ment à la méridienne voulue, il devient nécessaire d'effectuer des retouches zonales au moyen d'outils plus petits se déplaçant sur le verre selon des trajectoires qui tendent statistiquement vers l'amélioration du profil précédent. Cette méthode, qui fut décrite dans le détail par Foucault et probablement employée avant lui, est encore pratiquement la seule utilisée puisqu'elle possède des avantages certains du point de vue de la mise en oeuvre. Cependant la faible dimension des outils de retouche risque de produire des discontinuités de profil qui engendrent de la lumière parasite et se traduisent évidemment par une augmentation du diamètre de la tache de moindre aberration. En plus de la perte de magnitude limite pour des étoiles faibles, l'image d'étoiles brillantes est constituée d'une tache centrale, plus ou moins brillante, entourée de cercles concentriques plus ou moins nombreux qui n'ont en conséquence aucun rapport avec d'éventuels anneaux de diffraction.

Dans le but d'éliminer cette lumière parasite on considère ici, la méthode de déformation par élasticité des dioptres, qui présente l'avantage fondamental de la continuité puisqu'elle utilise uniquement un outil pleine taille et le polissage sphérique ou plan. Schmidt, qui introduisit le télescope à grand champ, fut le premier à utiliser l'élasticité pour la taille des dioptres asphériques ; il eut d'ailleurs uniquement recours à l'expérience.

B. Schmidt, Mitt. Hamburg Sternv., 7, p.15, 1932.

A. Danjon et A. Couder - Lunettes et télescopes, (Ed. de la Revue d'Optique), 1935.

L. Foucault - Comptes Rendus, t. LIV, p.859. 1862.
t. XLIV, p.85, 1862.

# C H A P I T R E 1

## CORRECTION DE L'ABERRATION SPHERIQUE PRIMAIRE

On se propose de rechercher les configurations de charges et d'appuis associés à un miroir sphérique de révolution dont le profil d'épaisseur variable permet d'engendrer par élasticité une déformation purement du quatrième degré.

### I - OPTIQUE GEOMETRIQUE.

Considérons un miroir non sphérique de révolution, dont R et H sont respectivement le rayon de la sphère osculatrice et la hauteur d'incidence marginale. Introduisons les variables sans dimensions $\Omega = F/D = R/4H$, nombre de fermeture et $\rho = r/H$ hauteur réduite. En se limitant aux quadriques, la méridienne peut s'écrire par rapport au plan tangent au sommet du miroir

$$Z_{opt} = \left( \frac{1}{8\Omega} \rho^2 + \frac{1+\varepsilon}{512\,\Omega^3} \rho^4 \right) H , \qquad 0 \leq \rho \leq 1$$

où $\varepsilon$ caractérise la déformation par rapport à la sphère osculatrice $Z_\Sigma$. La méridienne optique est engendrée par la superposition du profil sphérique, constituant le profil exécuté lors de la taille, et du profil introduit par élasticité

$$Z_{Elas} + Z_\Sigma - Z_{opt} = 0$$

On considère une déformation élastique susceptible de corriger l'aberration sphérique primaire. La méridienne issue de l'élasticité doit donc avoir pour expression une équation purement du quatrième degré :

$$Z_{Elas} = a \rho^4 , \qquad \text{avec} \quad a = \frac{\varepsilon}{512\, \Omega^3} H . \qquad (1-1)$$

## 1 - ELASTICITE

Pour un miroir ayant la symétrie de révolution le problème consiste à déterminer le profil d'épaisseur en fonction des configurations de charges et d'appuis associés, étant bien entendu que les déformations élastiques sont maintenues constamment pendant la taille, ou sont alors exercées après polissage par le barillet. On peut d'ailleurs superposer ces deux variantes.

Soit $Q$ la force de cisaillement par unité de longueur de la section cylindrique élémentaire et $h$ l'épaisseur correspondante, l'équation traduisant l'équilibre du secteur élémentaire s'écrit :

$$\mathcal{M}_r + \frac{d\mathcal{M}_r}{dr} r - \mathcal{M}_t + Q r = 0 \qquad (1-2)$$

avec

$$\begin{cases} \mathcal{M}_r = \left( \dfrac{d\varphi}{dr} + \nu \dfrac{\varphi}{r} \right) \mathcal{D} , & \text{(moment de flexion radial)} \\ \mathcal{M}_t = \left( \nu \dfrac{d\varphi}{dr} + \dfrac{\varphi}{r} \right) \mathcal{D} , & \text{(moment de flexion tangentiel)} \\ \varphi = - \dfrac{dZ}{dr} , & \text{(pente de la déformation)} \\ \mathcal{D} = \dfrac{E}{12(1-\nu^2)} h^3 , & \text{(rigidité)} \end{cases}$$

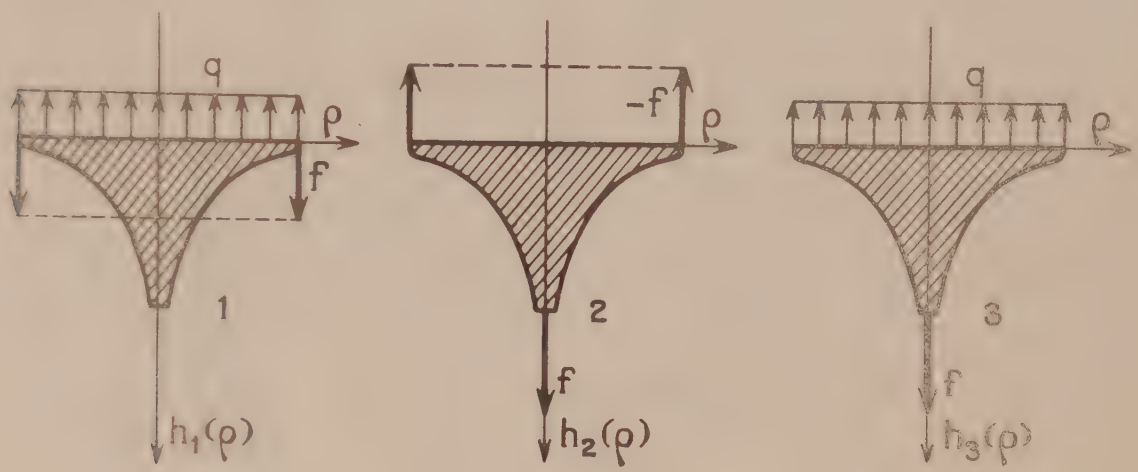
$E$ et $\nu$ étant respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du miroir. En fonction de la hauteur réduite $\rho$ , les équations de départ donnent l'équation différentielle de la rigidité :

$$\frac{d\mathcal{D}}{d\rho} + \frac{\dfrac{d}{d\rho}\left[ \dfrac{d\varphi}{d\rho} + \dfrac{\varphi}{\rho} \right]}{\dfrac{d\varphi}{d\rho} + \nu \dfrac{\varphi}{\rho}} \mathcal{D} = - \frac{Q H^2}{\dfrac{d\varphi}{d\rho} + \nu \dfrac{\varphi}{\rho}}$$

L'hypothèse d'une déformation en $\rho^4$ permet de résoudre la rigidité

$$\mathcal{D} = \frac{1}{4(3+\nu)} \frac{H^4}{a} \rho^{-\frac{8}{3+\nu}} \int Q \rho^{2\frac{1-\nu}{3+\nu}} d\rho .$$

Il existe trois configurations de charges et d'appuis produisant aisément un telle déformation:




- Les 3 configurations donnant des flexions en $\rho^4$ -

Cas 1 - Une charge uniforme $q$ pouvant être appliquée par dépression ou par compression est en équilibre avec une réaction périphérique $f$.

Cas 2 - Une charge périphérique linéaire $-f$ est en équilibre avec une force centrale $f$.

Cas 3 - Une force centrale $f$ équilibre une charge uniforme $q$ pouvant être appliquée par dépression ou par compression.

Soit $q$ la charge uniforme (charge équivalente dans le cas 2 : $q=f/\pi H^2$) exercée sur le miroir, l'effort tranchant peut s'écrire

$$Q = \frac{1}{2}\left(l\rho - \frac{m}{\rho}\right) qH ,$$

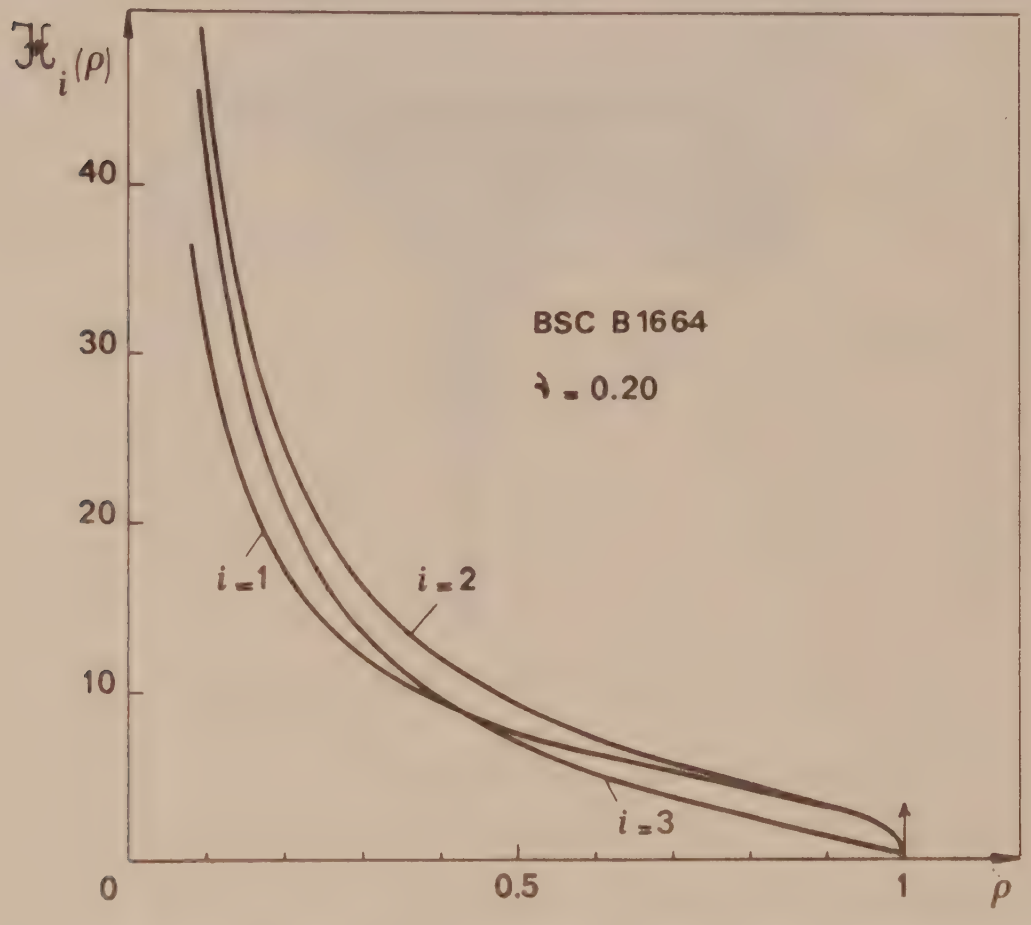
$l$ et $m$ prenant les valeurs 0 , 1 ou -1 selon la configuration (i) considérée, il vient pour l'épaisseur :

| i | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $l$ | 1 | 0 | 1 |
| $m$ | 0 | -1 | 1 |

avec

$$\begin{cases} h_i = \Omega \sqrt[3]{\frac{q}{\varepsilon E}} \; \mathcal{H}_i(\rho) \, . \, H \\ \mathcal{H}_i(\rho) = \left[ \frac{\alpha_i}{\rho^{\frac{8}{3+\nu}}} + \beta_i + \frac{\gamma_i}{\rho^2} \right]^{1/3} , \end{cases} \qquad 0 < \rho < 1 .$$

$\alpha_i$ , $\beta_i$ et $\gamma_i$ étant des constantes qui dépendent du coefficient de Poisson et de la configuration. L'épaisseur qui est infinie au centre puisque la déformation ne présente pas de courbure, pourra en pratique être limitée à une valeur finie par la condition de Rayleigh ( $\lambda/4$ ) ou un autre critère.

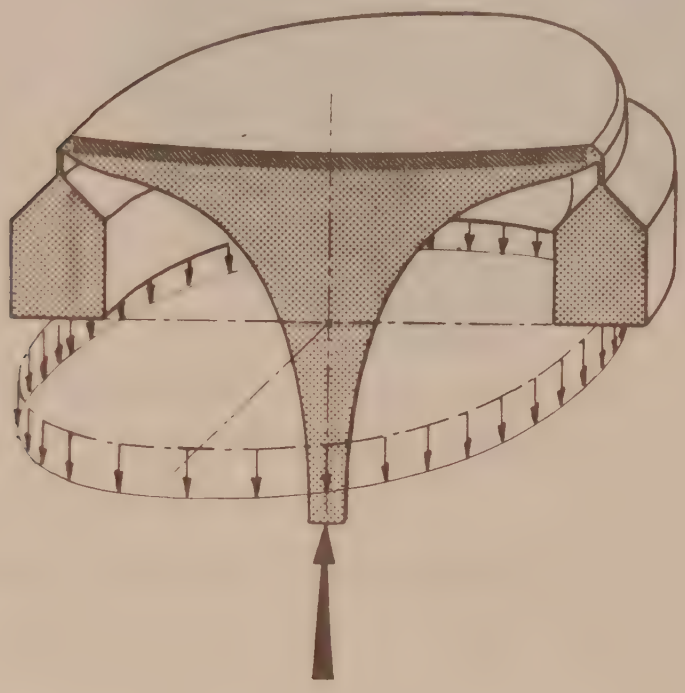



- Epaisseur réduite $\mathcal{H}_i(\rho)$ pour les 3 configurations -

Du point de vue pratique les configurations 1 et 2 nécessitent la mise en oeuvre d'une couronne d'appui périphérique ayant une précision de révolution de qualité optique, alors que la configuration 3 permet d'éviter cette difficulté. Dans cette dernière configuration il suffit d'assurer uniquement l'étanchéité au moyen d'un joint glissant; la fixation du miroir dans son barillet pouvant s'effectuer sur la partie centrale arrière pour fournir finalement un miroir assez léger.

Un miroir plan en dural AU4G - kanigen a été taillé selon la configuration 2 (voir § 3.2).

Afin d'éviter les difficultés concernant la précision de l'appui périphérique, on a préféré lier le bord du miroir à une couronne rigide par l'intermédiaire d'une mince collerette ; le faible moment d'encastrement devant idéaliser un appui libre. Ce miroir

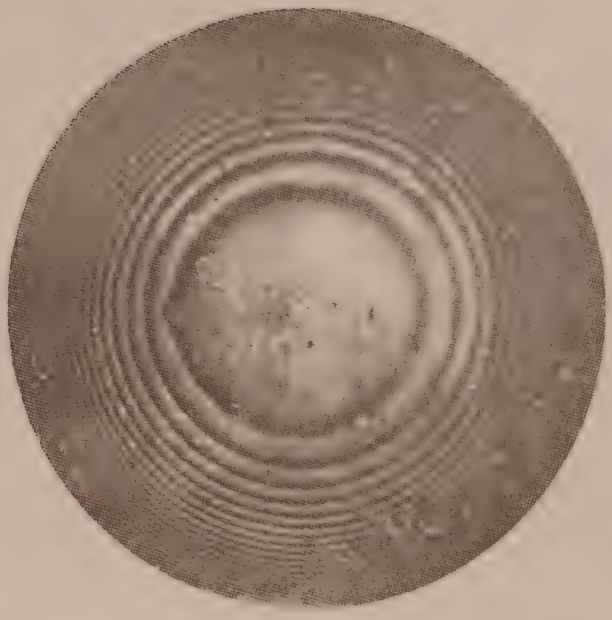


- Flexion selon la configuration 2 -

a été déformé après le polissage plan et l'on peut voir sur la photographie suivante l'interférogramme de Fizeau de la déformation.

Bien que l'on puisse corriger assez commodément l'aberration sphérique primaire d'un miroir ouvert à F/1 et probablement davantage, il est utile de connaître les contraintes maximales existant alors dans le miroir. Les équations du début donnent pour les moments de flexion

$$\begin{cases} \mathcal{M}_r = 4(3+\nu)\,\dfrac{a}{H^2}\,\rho^2\,\mathcal{D}(\rho) \\ \mathcal{M}_t = 4(1+3\nu)\,\dfrac{a}{H^2}\,\rho^2\,\mathcal{D}(\rho) \end{cases}$$



- Interférogramme d'une déformation élastique en $\rho^4$ -
( ABERRATION SPHERIQUE )

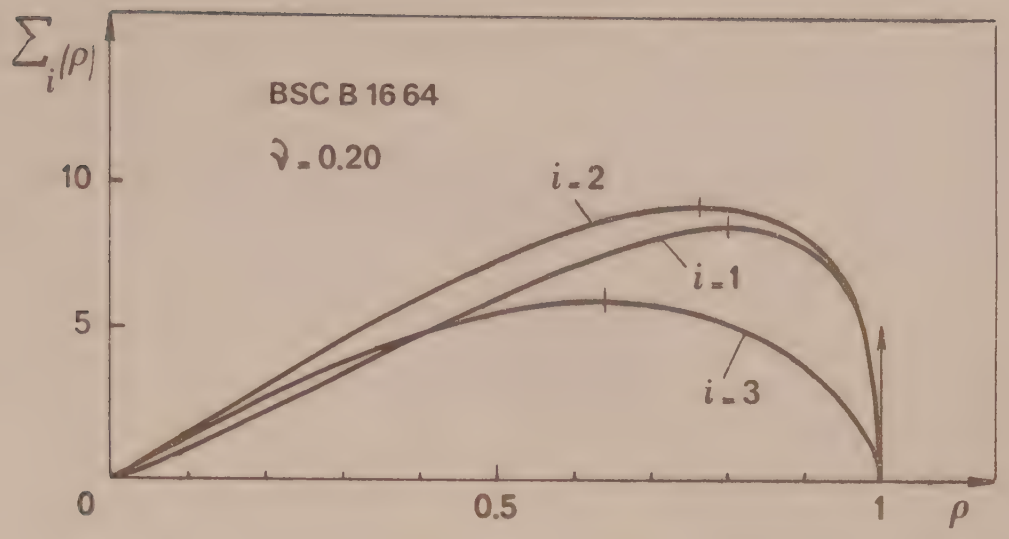
Les contraintes maximales sont données par les expressions :

$$\sigma_r = 6 \frac{\mathcal{M}_r}{h^2} \qquad \text{et} \qquad \sigma_t = 6 \frac{\mathcal{M}_t}{h^2}$$

Puisque $0 < \nu < \frac{1}{2}$, les contraintes radiales sont donc celles qui risquent de provoquer la rupture ( $\mathcal{M}_r > \mathcal{M}_t$ ). Elles s'écrivent finalement :

$$\begin{cases} \sigma_i = \dfrac{1}{256\,\Omega^2} \left[ \varepsilon \dfrac{E}{q} \right]^{2/3} \Sigma_i(\rho) \cdot q < \sigma_{\text{lim rupt}} \\ \Sigma_i(\rho) = \dfrac{3+\nu}{1-\nu^2} \rho^2 \cdot \mathcal{H}_i(\rho) \qquad \text{avec} \quad 0 \leq \rho \leq 1 . \end{cases}$$

Ce calcul montre que la troisième configuration est celle qui supporte le mieux les déformations.




- Contraintes maximales réduites des trois configurations -

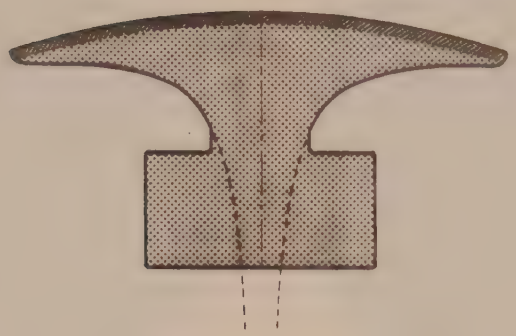
## 3 - APPLICATIONS.

### 3.1 - MIROIRS SECONDAIRES DES TELESCOPES.

Il est possible de corriger purement l'aberration sphérique d'un ordre quelconque selon l'une des trois configurations précédentes. Il suffit pour cela de trouver l'épaisseur $\mathcal{H}_i(\rho)$ donnant des déformations en $\rho^{2n}$ avec $n \geq 2$ . Dans le cas du miroir sphérique donnant l'image d'un point à l'infini, les aberrations pour les différents ordres sont de même signe, et il est possible également de trouver une distribution d'épaisseur corrigeant globalement l'aberration sphérique. On peut ainsi obtenir des paraboloïdes relativement ouverts.

Dans les télescopes les miroirs secondaires sont généralement de dimension modeste, tandis que les déformations sont relativement plus importantes que sur le miroir primaire. Il serait donc intéressant de développer cette méthode pour améliorer la taille des miroirs Cassegrain ou Gregory, d'autant plus qu'ils ne comportent pas de trou central. La partie arrière peut d'ailleurs être pourvue d'un socle permettant la fixation sans obturation du barillet ; le miroir doit alors être déformé lors de la taille. De plus, à déformation égale, il faut prévoir lors de la conception une épaisseur et une charge déformante suffisamment importante pour que la flexion dûe au poids propre ait un effet insensible sur la

'TROIR SECONDAIRE



- Configuration 3 -

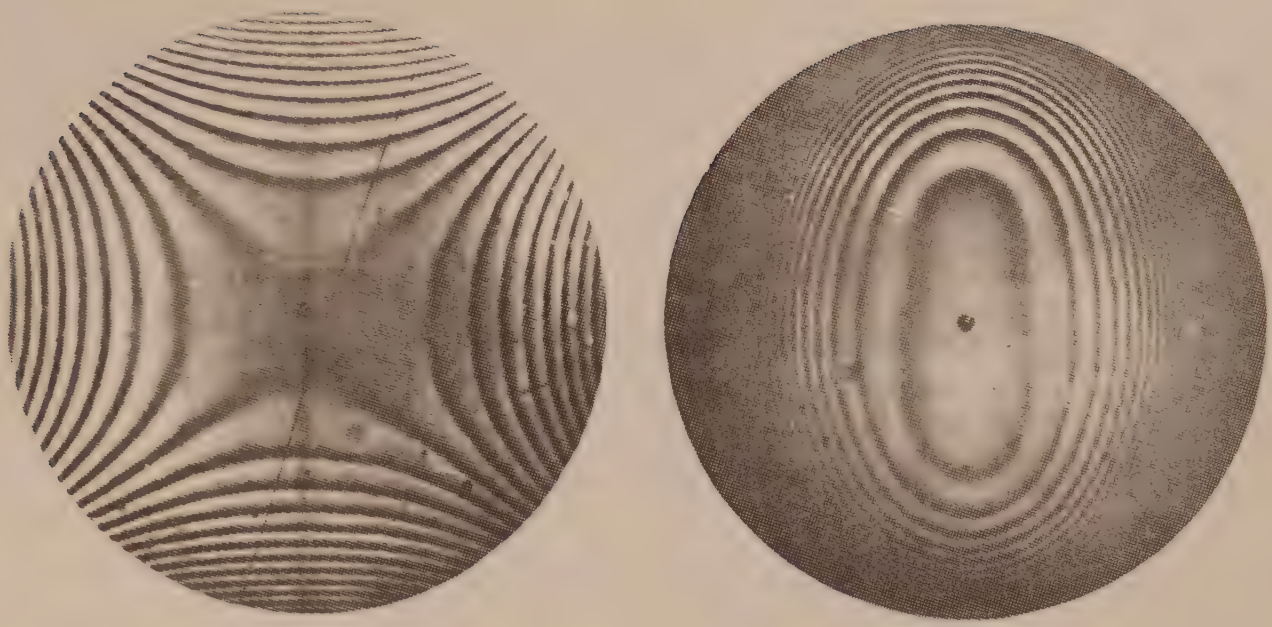
correction de l'aberration sphérique lorsque le télescope prend n'importe quelle hauteur.

Des applications pourraient être trouvées lors de la taille du miroir secondaire des combinaisons de Pressmann-Camichel (miroir primaire sphérique) qui exige une déformation importante, ainsi que pour des combinaisons utilisant plusieurs télescopes identiques du type de Meinel (1972) ou pour le projet d'un télescope équivalent à 7,6 mètres d'ouverture décrit récemment par G.J. Odgers et E.H. Richardson (1972). Un cas de déformation élevée est celui du secondaire dans une combinaison coudée très peu ouverte (F/150) d'un télescope Ritchey-Chrétien F/8. Enfin dans le cas des télescopes classiques parabole-hyperbole à F/8, il semble interessant de pouvour modifier la déformation du secondaire, in situ, lorsque l'on désire augmenter le champ en disposant un correcteur dioptrique près du foyer Cassegrain (Wynne 1973).

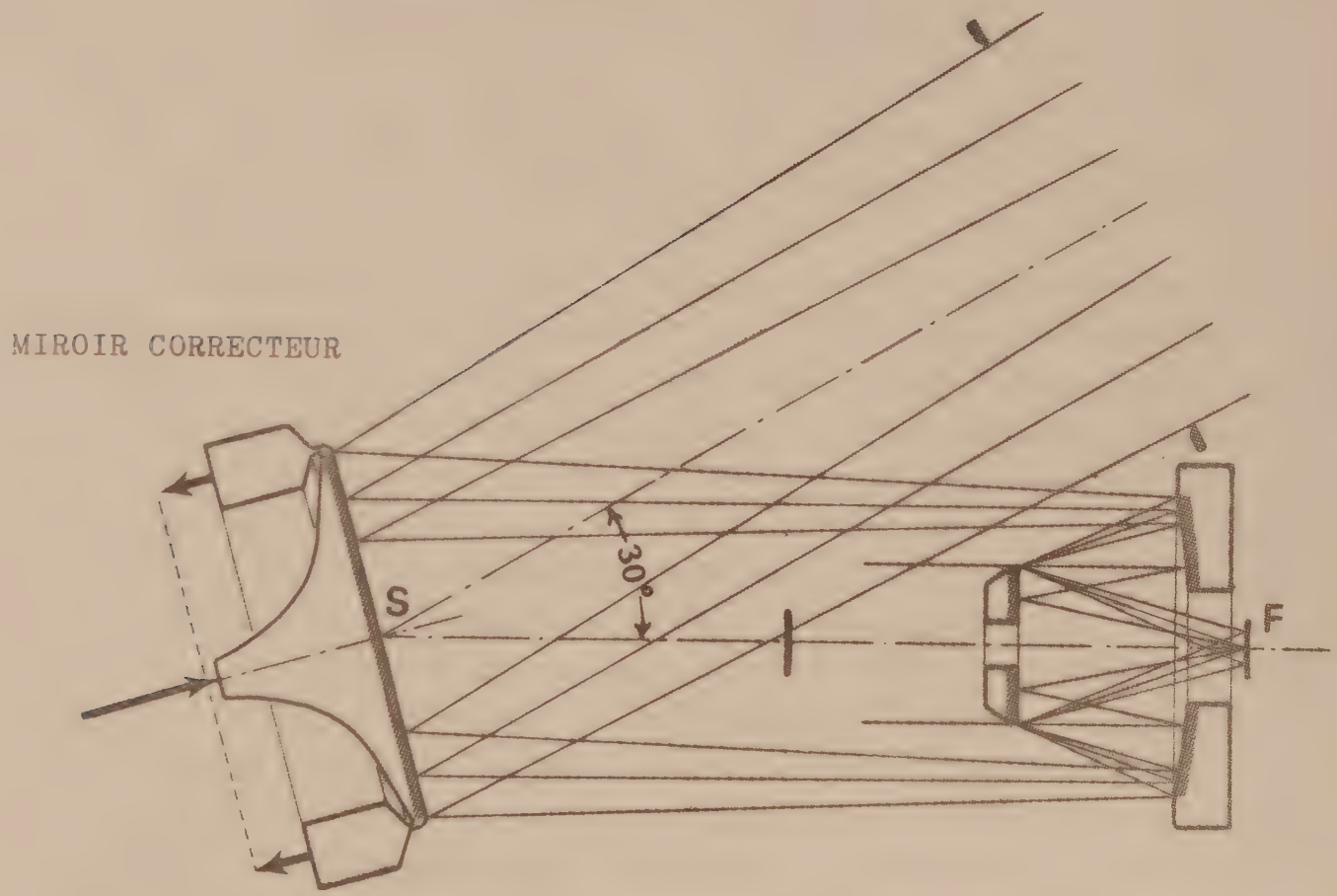
Il serait souhaitable de pouvoir procéder à des essais pratiques afin de tester la précision de la déformation susceptible d'être obtenue avec la configuration 3. Malheureusement le manque de moyens ne nous a pas permis d'effectuer les premiers essais.

## 3.2 - TELESCOPE DE SCHMIDT HORS DE L'AXE.

Un télescope réflecteur de Schmidt, ouvert à F/1,5 , dans lequel l'aberration de sphéricité du miroir concave est corrigée par un miroir plan déformable recevant un faisceau incliné de 30° sur l'axe, a été réalisé par le Laboratoire d'Astronomie Spatiale de Marseille et, constitue l'un des deux télescopes à grand champ testé dans le cadre du programme spatial FAUST pour l'étude des astres en ultraviolet. Un instrument beaucoup moins ouvert (15-cm, F/3), de ce type



Interférogrammes des deux déformations




- TELESCOPE DE SCHMIDT REFLECTEUR F/1,5 F=180-mm -

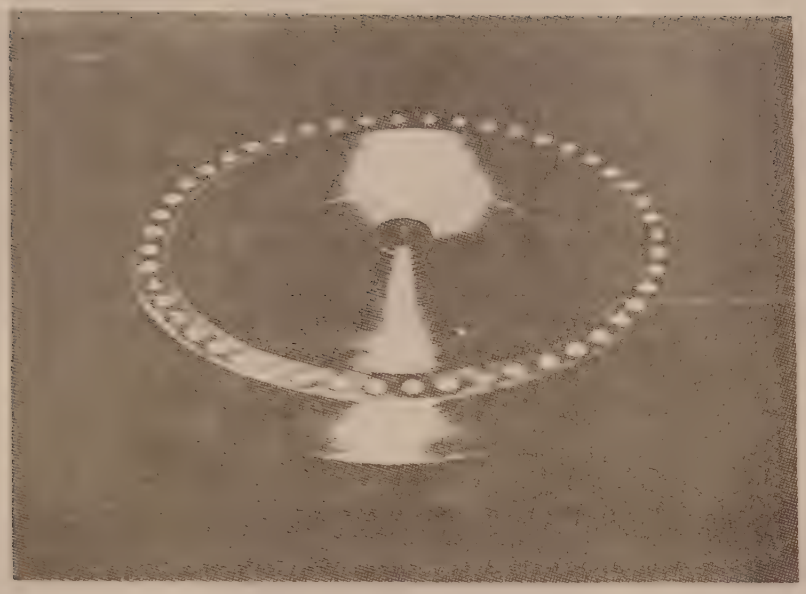
a été proposé par L.C. Epstein (1967) et vient d'être retenu par la NASA pour le survol ultra-violet du ciel avec la navette spatiale prévue vers les années 80.

Le miroir correcteur représenté sur la figure, a une ouverture de 180-mm et possède le profil d'épaisseur correspondant à la configuration 2. La pupille étant placée sur le miroir plan qui renvoit le faisceau à l'extérieur de l'instrument, la déformation à donner au miroir correcteur pour obtenir le champ de pleine lumière, est celle qui rend stigmatique un faisceau ouvert à F/1 après réflexion sur le miroir sphérique.

Les caractéristiques du miroir correcteur déformable sont les suivantes :

| | |
|---|---|
| Substrat | Dural AU4G |
| Couche réflectrice | Kanigen |
| Hauteur maximale | H = 90-mm |
| Epaisseur centrale | $h_o$ = 60-mm |
| Déformation totale | a = 180-µm |
| Force centrale | f = 500-kgf |
| Charge équivalente | q = 2,0-kgf.cm$^{-2}$ |
| Contrainte maximale | $\sigma$ = 4,3-kgf.mm$^{-2}$ soit (1/6)$\sigma_{Elas}$ |

L'aberration sphérique primaire est donc corrigée en exerçant une force centrale, mais il apparaît alors de l'astigmatisme du cinquième ordre naissant de la première déformation. Cette aberration résiduelle a été presque totalement corrigée en exerçant une deuxième déformation du genre selle de cheval (photographie de gauche) que l'on applique également, in situ, en quatre points de la couronne épaisse. La superposition des deux déformations produit, au niveau du miroir correcteur, une déformation du type représenté sur la photographie de de droite. Au niveau de la tache image, les corrections successives de l'aberration sphérique et de l'astigmatisme sont représentées sur la planche suivante. On peut voir également l'aberration sphérique initiale; les différentes phases des déformations qui conduisent à la meilleure image permettent finalement de résoudre 4" d'arc. Cette dernière valeur, bien inférieure à 1' d'arc demandée (cycle limite de stabilisation d'un tir fusée), ne constitue pas la limite de la méthode, de nombreux points pouvant aisément être améliorés si l'on désire obtenir des pouvoirs de résolution supérieurs à 1" d'arc.



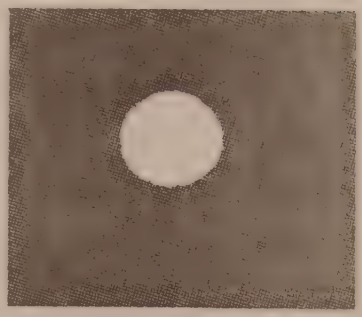
| | |
|---|---|
| Substrat | Dural AU4G |
| Couche réflectrice | Kanigen |
| Hauteur maximale | H = 90-mm |
| Epaisseur centrale | $h_o$ = 60-mm |
| Déformation totale | a = 180-µm |
| Force centrale | f = 500-kgf |
| Charge équivalente | q = 2.0-kgf.cm$^{-2}$ |
| Contrainte maximale | $\sigma$ = 4.3-kgf.cm$^{-2}$ = (.1/6) $\sigma_{Elas}$ |

MIROIR CORRECTEUR

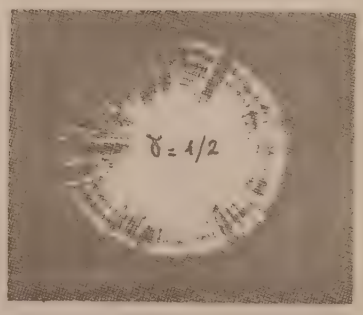
# TELESCOPE DE SCHMIDT F 180 mm

## à correctrice deformable F/1.5

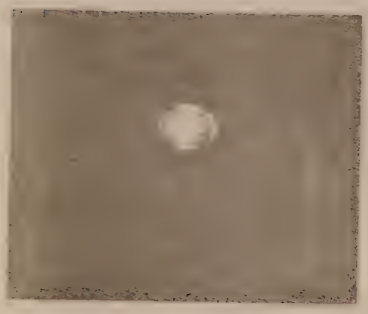
foyer marginal



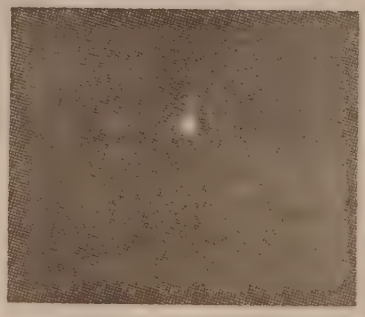
meilleur foyer




foyer paraxial



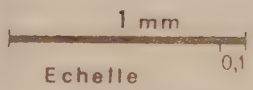
1 correction ab. sphérique

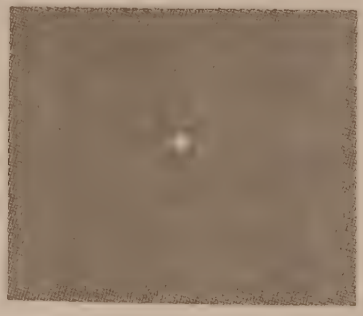


2 correction astigmatisme

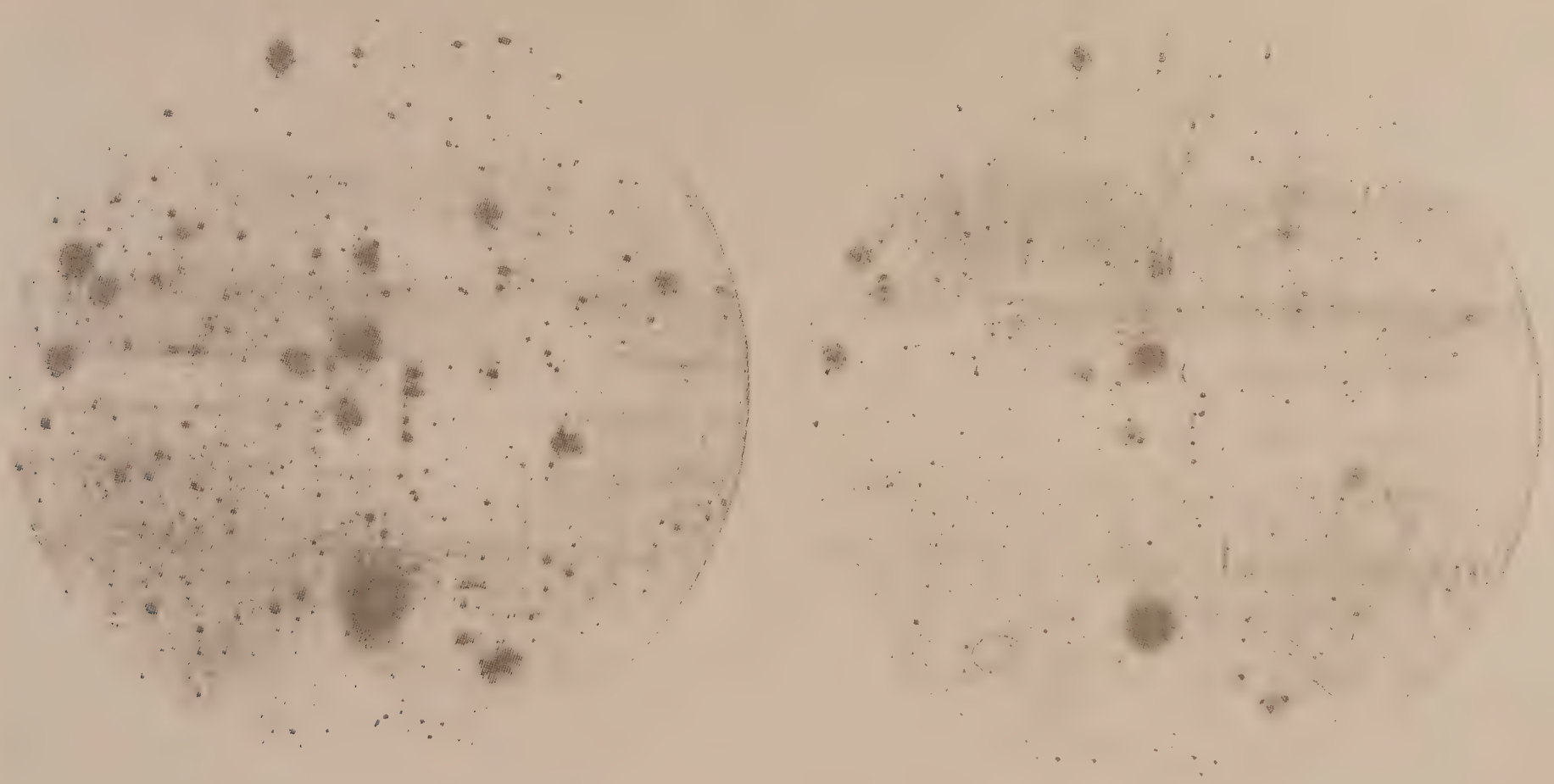
3 correction ab. sphérique

4 correction astigmatisme



5 meilleure image



EXPERIENCE FAUST

$\theta_1$ Taureau . Film Kodak 103a D . Pose 1mn

A gauche: Télescope de Wynne à champ plan . Filtre wratten n° 9

A droite: Télescope de Schmidt réflecteur hors de l'axe . Lumière totale

## 3.3 - SPECTROGRAPHES PAR REFLEXION ET AVEC TUBE IMAGE

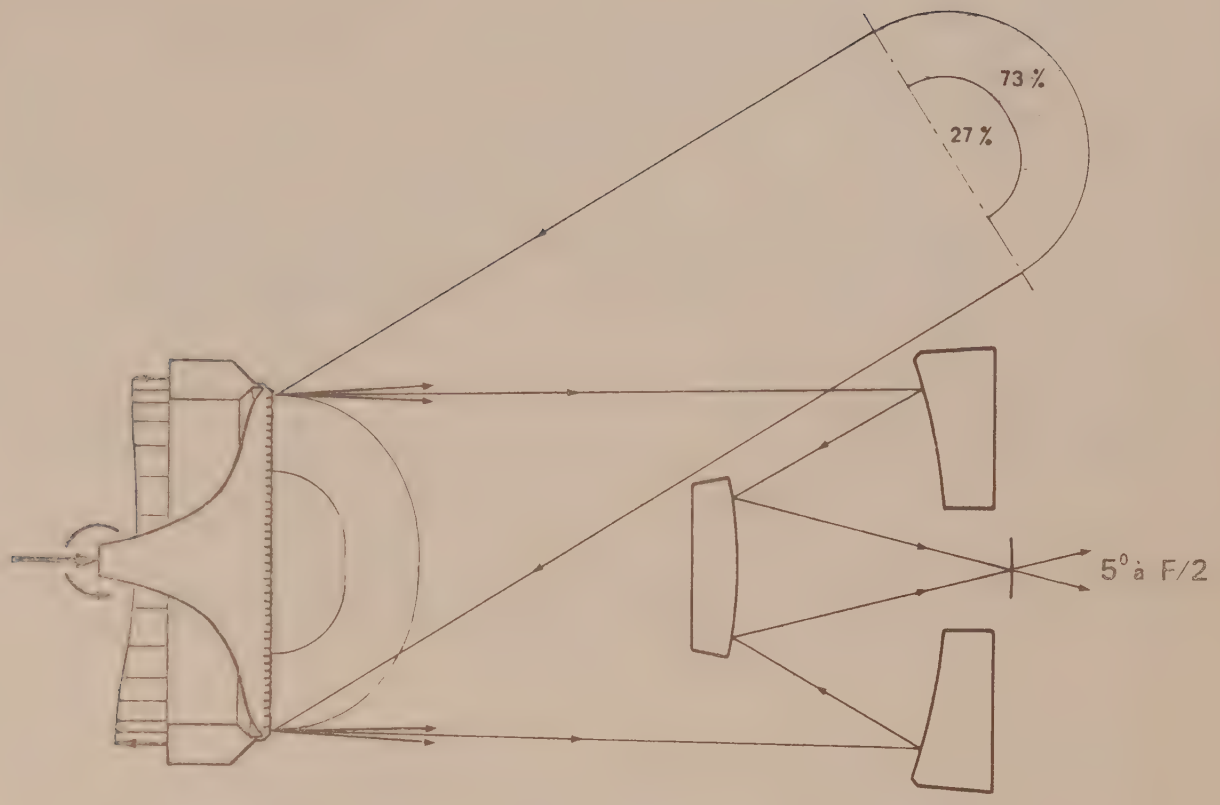
Hormis les spectrographes équipés de réseaux par transmission travaillant en diffraction normale, les instruments très ouverts permettant des recherches spectrographiques à faible dispersion sur les astres faibles, utilisent principalement comme élément dispersif des réseaux réfléchissants qui possèdent l'avantage de fournir une meilleure efficacité sur un plus grand domaine spectral. Lorsqu'on désire ensuite placer un tube intensificateur d'image sur le spectre, il survient toujours un grave problème d'obturation. Bien évidemment le faisceau incident sur le réseau est déjà obturé au centre d'une quantité d'énergie généralement comprise entre 8 et 15%, soit par la cage du prime-focus, soit par le miroir Cassegrain. De plus cette obturation est presque toujours portée à au moins 30% par la chambre du spectrographe (compte tenu du champ de pleine lumière), et peut atteindre 40 à 50% si on ne prend pas quelques précautions.

Deux raisons principales contribuent à ce manque d'efficacité :

1 - Dans la famille des anastigmates à deux miroirs, les différents types de chambre ont tous une obturation au moins égale à 20% pour un champ $^{nul}$, exception faite des chambres de Schmidt à condition toutefois d'incliner le miroir déformé ou de le remplacer par une lame correctrice réfringente. Cependant, dans ce dernier cas, la surface focale est située entre les deux surfaces optiques et il est très difficile de placer un tube image même de dimension réduite. En disposant un miroir Cassegrain de grandissement sensiblement égal à 2,2 , la chambre présente alors une surface focale plus accessible à un tube image, mais l'obturation centrale est de nouveau égale à 17% pour un champ nul de pleine lumière ce qui ne représente pas un gain important.

2 - La deuxième raison , qui augmente également l'obturation et qui est aussi importante que la précédente, vient du fait qu'il est toujours très difficile de placer le réseau par réflexion près de la pupille naturelle du spectrographe surtout si à cet endroit le faisceau n'est pas en lumière parallèle (chambre monocentrique de Bowen par exemple).

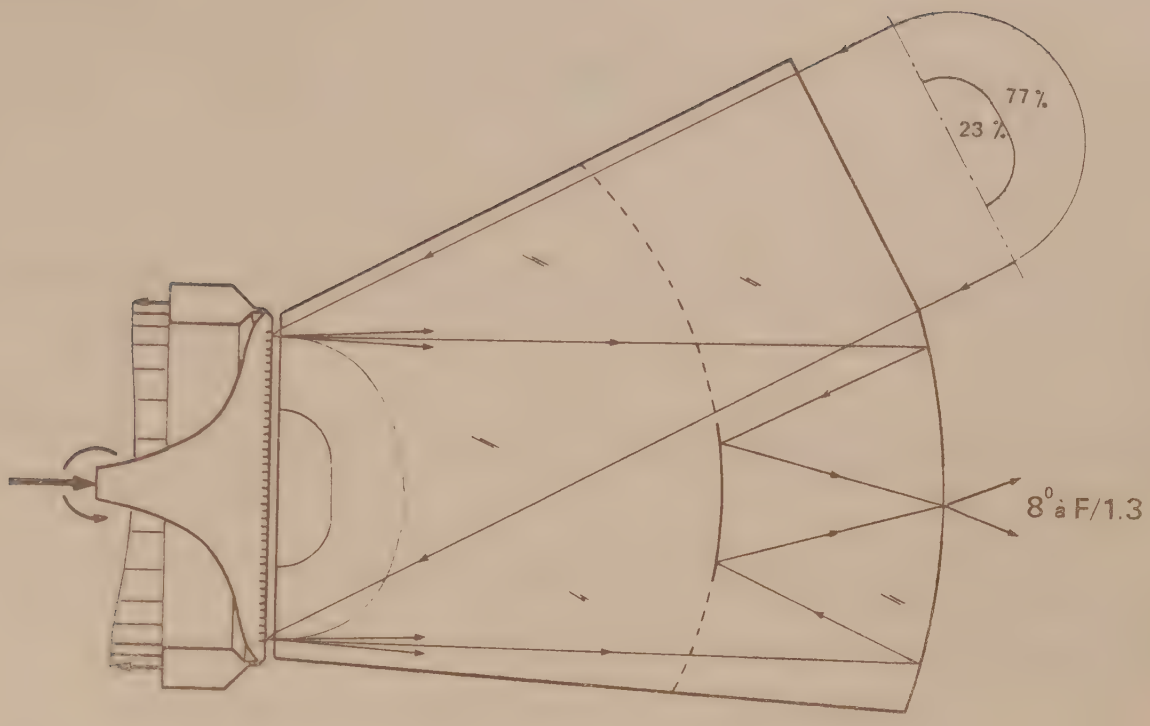
Afin de diminuer ces inconvénients, les performances obtenues au paragraphe précédent montrent qu'il devrait être possible, pour les




- Spectrographe à réseau asphérique -
utilisant trois réflexions

recherches dans l'ultra-violet proche ou lointain, d'obtenir de bonnes images pouvant être intensifiées, en utilisant un mircir déformable sur lequel serait déposé un réseau à diffraction normale. Les techniques de réalisation des réseaux procédant également du recopiage à partir d'un réseau-mère, les résines polymérisables utilisées à cet effet peuvent être également déposées sur ce type de miroir plan, la déformation survenant ultérieur ement (voir figures).

Bien que les déformations à obtenir ne soient pas uniquement du quatrième degré, il semble possible de superposer d'autres types de déformation, n'ayant pas la symétrie de révolution, pour diminuer suffisamment les aberrations du $5^{ème}$ ordre.




- Spectrographe solide à réseau asphérique -

# BIBLIOGRAPHIE

R.E. Pressmann, Journal of the Astronomical Association, 57, p. 224; 1947.

H. Camichel, L'Astronomie, Commission des Instruments, 80ème séance, 68, p.387, 1954.

A.B. Meinel, R.R. Shannon, F.L. Whipple et F.J. Low, Instrumentation in Astronomy, Proceding of the Society of photo-optical instrumentation ingeneers, 28, p.155, 1972.

G.J. Odgers et E.H. Richardson, A 7,6-Meter equivalent optical telescope array, J.R.A.S. Canada, 66, N°2, p.99, 1972.

G. Lemaître, Comptes Rendus, t.276 B, p.145, 1972.

L.C. Epstein, Sky and Telescope, 33, p.204, 1967.

G. Courtès, G. Monnet, R. Zaharia et G. Lemaître, Publication C.N.E.S. FAUST-PJ-02-07, 1970.

Publication interne du Laboratoire d'Astronomie Spatiale (Marseille), OPT-FAU-01-72, 1972.

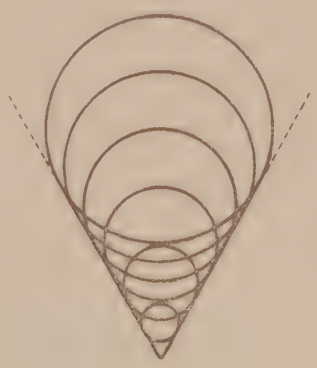
# C H A P I T R E 2

## CORRECTION DE LA COMA PRIMAIRE

### 1 - OPTIQUE GEOMETRIQUE.

Cette aberration se caractérise en considérant les rayons qui s'appuient sur le dioptre selon une circonférence de hauteur constante. Dans le plan image le point d'impact décrit deux fois un petit cercle, tandis que le rayon s'appuyant sur le dioptre balaye la circonférence de rayon $\rho$ dans l'intervalle $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

En appelant $F$ la distance focale, $i$ l'angle d'incidence et $\Omega = F/2H$ le nombre de fermeture du cône de lumière, le cercle qui est décrit dans le plan image possède un rayon égal à $|\mathcal{B}.Fi/\Omega^2|$ où $\mathcal{B}$ est le coefficient sans dimension caractérisant la coma. Son centre est situé à une distance $2\mathcal{B}.Fi/\Omega^2$ du foyer de Gauss, de sorte que ce cercle s'appuie sur deux droites à $60^\circ$ passant par le foyer. Lorsque l'ouverture du cône lumineux est plus petite que l'ouverture maximale , les cercles du plan images couvrent la région précédente en s'appuyant constamment sur les 2 segments de droite.

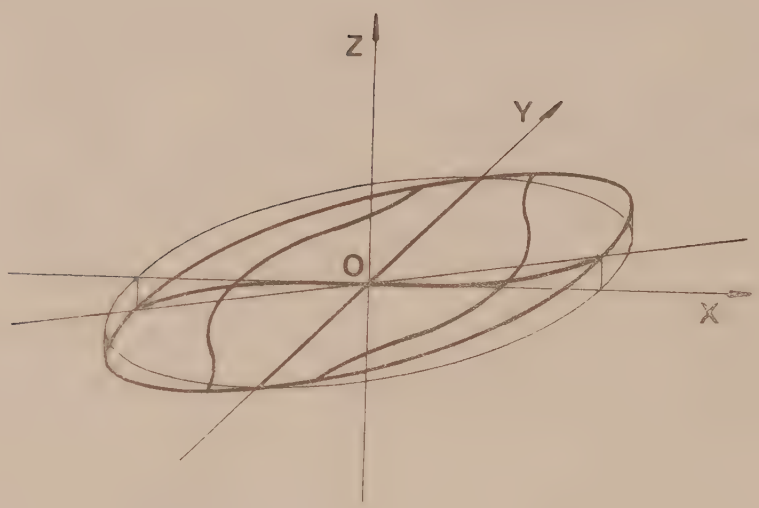


La dimension transversale de l'aberration croît linéairement avec la distance angulaire du point objet, et croît avec le carré du nombre d'ouverture. On observe aisément cette aberration à

proximité du miroir parabolique très ouvert, dont l'axe est faiblement incliné de la ligne de visée.

L'aberration d'une onde présentant de la coma primaire (Seidel) peut être aisément représentée au moyen d'un polynome circulaire de Zernike, soit avec les notations précédentes:

$$Z_{Asph} = \mathcal{B}'.H\,\frac{i}{\Omega^2}\,\rho^3\cos\theta \quad . \qquad (2.1)$$




- Surface d'onde caractérisant la coma primaire -

## 2 - ELASTICITE.

### 2.1 - DEFORMATION DE LA FORME $Z = a.\rho^3$.

On considère tout d'abord un miroir ayant la symétrie de révolution et déformable élastiquement selon une expression du troisième degré par rapport à la variable radiale $\rho$ .

Soit $Q$ la force de cisaillement par unité de longueur de la section cylindrique élémentaire et $h$ l'épaisseur correspondante, l'équation traduisant l'équilibre du secteur élémentaire s'écrit :

$$\mathcal{M}_r + \frac{d\mathcal{M}_r}{dr} r - \mathcal{M}_t + Q r = 0 \qquad (2.2)$$

avec

$$\begin{cases} \mathcal{M}_r = \left( \dfrac{d\varphi}{dr} + \nu \dfrac{\varphi}{r} \right) \mathcal{D} & \text{(moment de flexion radial)} \\ \mathcal{M}_t = \left( \nu \dfrac{d\varphi}{dr} + \dfrac{\varphi}{r} \right) \mathcal{D} & \text{(moment de flexion tangentiel)} \\ \varphi = - \dfrac{dZ}{dr} & \text{(pente de la déformation)} \\ \mathcal{D} = \dfrac{E}{12(1-\nu^2)} h^3 & \text{(rigidité)} \end{cases}$$

En fonction de la hauteur réduite $\rho = r/H$ , ces équations fournissent l'équation différentielle relative à la rigidité.

$$\frac{d\mathcal{D}}{d\rho} + \frac{\frac{d}{d\rho}\left[\frac{d\varphi}{d\rho} + \frac{\varphi}{\rho}\right]}{\frac{d\varphi}{d\rho} + \nu \frac{\varphi}{\rho}} \mathcal{D} = - \frac{Q H^2}{\frac{d\varphi}{d\rho} + \nu \frac{\varphi}{\rho}}$$

L'hypothèse de la déformation $Z = a \rho^3$ permet de résoudre la rigidité, soit tout calcul fait :

$$\mathcal{D} = \frac{1}{3(2+\nu)} \frac{H^3}{a} \rho^{-\frac{3}{2+\nu}} \int Q \, \rho^{\frac{1-\nu}{2+\nu}} d\rho$$

De même que pour la correction de l'aberration sphérique, la rigidité sera évidemment infinie au centre. Pour la configuration de charge et d'appuis produisant la déformation, il est préférable de considérer pour la suite, une force centrale en équilibre avec une charge

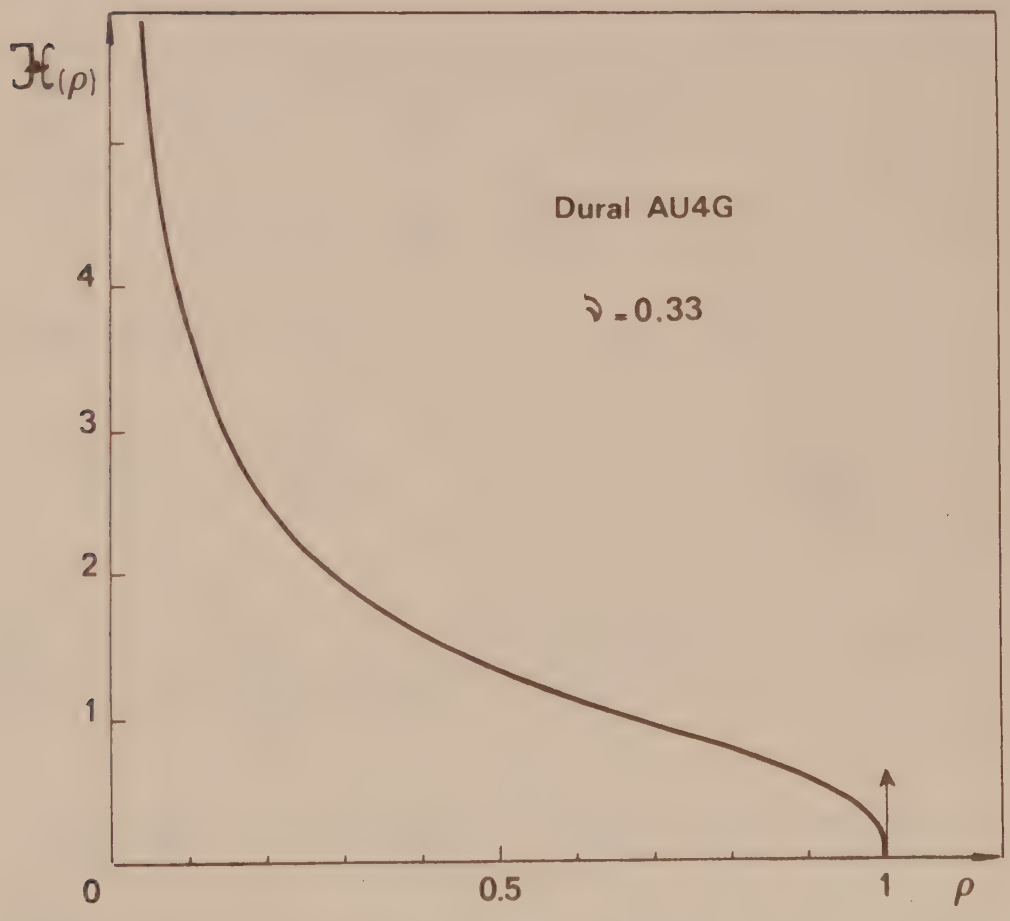
d'appui périphérique. Cela correspond au cas 2 des ccnfigurations corrigeant l'aberration sphérique.

Soit $f$ l'intensité de la force centrale, l'effort tranchant a pour expression $Q = -f/2\pi\rho H$ et la rigidité s'écrit alors :

$$\mathcal{D} = \frac{1}{6\pi(1-\nu)} \frac{H^2}{a} f \left[ \lambda \rho^{-\frac{3}{2+\nu}} - \rho^{-1} \right]$$

Puisque le bord du miroir est considéré comme un appui libre, $\mathcal{D}(1) = 0$, soit $\lambda = 1$, et

$$\mathcal{D} = \frac{1}{6\pi(1-\nu)} \frac{H^2}{a} f \left[ \frac{1}{\rho^{\frac{3}{2+\nu}}} - \frac{1}{\rho} \right]$$




- Epaisseur réduite d'un miroir déformable en $\rho^3$ -

et pour l'épaisseur

$$\begin{cases} h = \left[ \dfrac{f}{2\pi a H E} \right]^{1/3} \mathcal{H}(\rho) \cdot H \ , \\ \mathcal{H}(\rho) = \left[ 4(1+\nu) \left( \dfrac{1}{\rho^{\frac{3}{2+\nu}}} - \dfrac{1}{\rho} \right) \right]^{1/3} , \quad \text{avec} \quad 0 < \rho \leq 1 \end{cases} \tag{2.3}$$

L'épaisseur réduite $\mathcal{H}(\rho)$ est infinie au centre puisque la déformation ne présente pas de courbure, on pourra toutefois, dans la pratique, la limiter à une valeur finie par la condition de Rayleigh.

De manière à éviter les ruptures du verre ou des déformations plastiques trop importantes pour des miroirs métalliques, il est utile de connaître les contraintes maximales crées par la déformation :

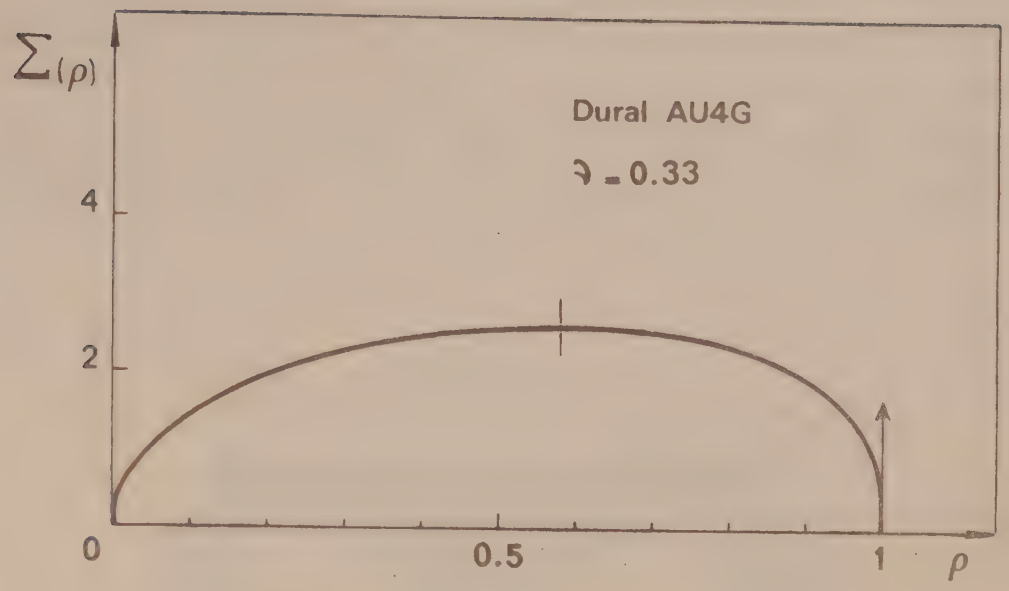
$$\begin{cases} \mathcal{M}_r = 3(2+\nu) \dfrac{a}{H^2} \rho \, \mathcal{D}(\rho) \ , \\ \mathcal{M}_t = 3(1+2\nu) \dfrac{a}{H^2} \rho \, \mathcal{D}(\rho) \ . \end{cases} \tag{2.4}$$

Les contraintes maximales ont pour expression :

$$\sigma_r = 6 \frac{\mathcal{M}_r}{h^2} \qquad \text{et} \qquad \sigma_t = 6 \frac{\mathcal{M}_t}{h^2} \ .$$

Puisque $0 < \nu \leq \frac{1}{2}$ , les contraintes radiales sont les plus grandes $(\mathcal{M}_r > \mathcal{M}_t)$ . Elles s'écrivent finalement :

$$\begin{cases} \sigma_r = \left[ \dfrac{f E^2 a^2}{2\pi H^4} \right]^{1/3} \Sigma_r(\rho) < \sigma_{\text{lim. rupt.}} \ , \\ \Sigma_r(\rho) = \dfrac{3}{2} \dfrac{2+\nu}{1-\nu^2} \rho \cdot \mathcal{H}(\rho) \ , \text{ avec} \quad 0 < \rho \leq 1 \ . \end{cases} \tag{2.5}$$




- Contrainte maximale réduite -

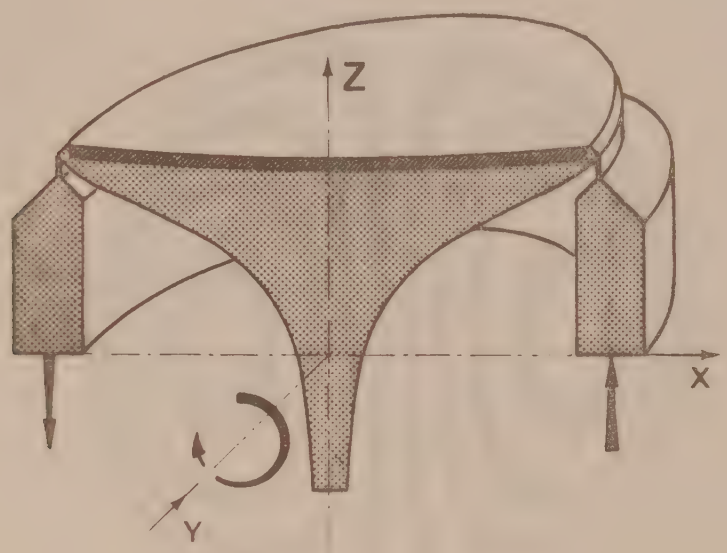
## 2.2 - DEFORMATION DE LA FORME $Z = a\rho^3 \cos\theta$.

Pour corriger l'aberration de coma, il faut réaliser une déformation de la forme $Z = a\rho^3 \cos\theta$ . L'intersection de cette surface avec un cylindre $\rho = C^{te}$ est une courbe plane : c'est une ellipse pratiquement circulaire puisque $a \ll 1$ . On peut donc définir l'onde d'aberration comme étant le lieu de cercles de même centre O , dont les diamètres dans la direction Oy s'appuient sur l'axe y et dont les extrémités des diamètres dans la direction Ox s'appuient sur la cubique $Z = a x^3$ .

Il est donc possible de lier la périphérie du miroir à un appui circulaire de grande rigidité tangentielle. Cet appui pourra être réalisé par une couronne, très épaisse dans le sens OZ, liée au bord du miroir suivant une mince collerette cylindrique qui idéalise l'appui libre en assurant un très faible moment d'encastrement.

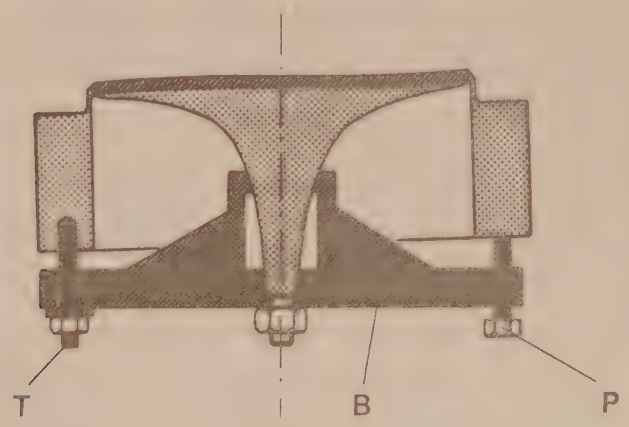
La déformation en $\cos\theta$ étant obtenue en exerçant un couple d' axe Oy entre la couronne d'appui et le corps du miroir, on peut espérer obtenir un résultat encourageant en donnant au miroir le profil d'épaisseur décrit au paragraphe précédent. En pratique, il

suffit d'exercer deux forces égales et opposées sur les extrémités du diamètre d'axe Ox de la couronne épaisse. Pour distribuer correctement la fonction $\cos\theta$ au niveau du miroir, il faudra s'assurer que la couronne reste plane pendant cette déformation. Son épaisseur dans la direction OZ devra donc être relativement importante.




Le miroir ayant été poli, il est commode d'utiliser une traverse B encastrée autour de sa partie arrière pour exécuter la déformation.

La figure ci-dessous représente le montage de déformation.d'un




miroir plan. Bien que l'on puisse créer un couple à l'aide de la seule vis tirante T , ou de la seule vis poussante P , il est

nécessaire de répartir également l'intensité des deux forces pour ne pas superposer une deuxième déformation purement en $\rho^3$ .

Nous espérons réaliser prochainement un miroir métallique de ce type. La photographie suivante représente l'interférogramme de Fizeau de la surface que l'on devrait obtenir.

- Interférogramme d'une déformation en $\rho^3 \cos\theta$ -
( COMA )

## 3 - APPLICATIONS - MIROIRS HORS DE L'AXE.

### 3.1 - TELESCOPE CASSEGRAIN HORS DE L'AXE.

A moins de se placer dans des cas très particuliers, l'astigmatisme, deuxième aberration hors de l'axe, est souvent présente avec la coma. L'altération de l'image dans le champ résulte donc en principe, de la superposition de ces deux aberrations de caractère différent, mais qui dépendent toutes deux de l'angle d'incidence i et du nombre de fermeture $\Omega = F/D$ .

Il peut être nécessaire d'éviter dans certains cas l'obturation centrale (notamment en photométrie) causée par l'observateur, ou par les miroirs Cassegrain ou Grégory. La seule solution conduit alors à un télescope hors de l'axe.

Dans le cas de la combinaison Cassegrain, une intéressante solution a été décrite par A. Couder. Elle consiste à déplacer transversalement le miroir secondaire pour le fixer à l'extérieur du faisceau cylindrique tombant sur le miroir primaire sphérique. On compense ensuite l'astigmatisme, introduit par ce dernier, en procédant à une rotation du miroir Cassegrain autour d'un axe perpendiculaire au plan de symétrie du télescope. Le miroir primaire du télescope ainsi défini doit être relativement fermé pour minimiser la coma et l'aberration sphérique. Toutefois, une déformation asphérique en $\rho^3 \cos\theta$ du miroir Cassegrain peut encore permettre de raccourcir l'instrument, de manière à n'être plus limité que par l'aberration sphérique.

## 3.2 - GRANDS TELESCOPES EN MOSAIQUE.

Dans le projet de grand collecteur de lumière infra-rouge proposé par P. Connes (1969), les miroirs primaires et secondaires sont constitués de mosaïques. Le principe du télescope est décrit sommairement dans le chapitre suivant, et nous dirons simplement ici que les éléments de la mosaïque Grégory doivent être déformés en $\rho^3 \cos\theta$ pour corriger l'aberration de coma que présente le foyer Cassegrain, une autre déformation devant corriger l'astigmatisme.

Le nombre des éléments secondaires étant très important, on pourra envisager des techniques de recopiage (résines époxy, par exemple) en utilisant une matrice sphérique déformable.
Ainsi, pour recopier un élément quelconque, l'amplitude de la déformation, qui devra être proportionnelle à la distance de cet élément par rapport au centre de la mosaïque, sera aisément obtenue en faisant varier dans les mêmes proportions l'intensité des charges déformantes.

# BIBLIOGRAPHIE

A. Danjon et A. Couder ; Lunettes et Télescopes, Edition de la Revue d'optique théorique et instrumentale - p.251 - 1935.

P. Connes , Projet de grand collecteur de lumière infrarouge, Publication interne CNRS - 1969.

M. Born et E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, p.212, 4$^{e}$ Ed., 1970.

# C H A P I T R E 3

## MIROIRS A FOCALE VARIABLE

## CORRECTION DE L'ASTIGMATISME PRIMAIRE

### 1 - ELASTICITE.

Les paraboloïdes donnent une image stigmatique d'un point à l'infini sur l'axe, et dans le cas où l'élasticité intervient au même niveau que la dioptrique, ce qui impose des longueurs focales relatives assez grandes, il est possible de trouver une configuration de charges et d'épaisseur produisant sur un dioptre réflecteur des déformations élastiques purement paraboliques.

On considère le cas d'une plaque en appui sur sa périphérie de rayon $H$ soumise à une charge uniforme $q$, et l'on cherche le profil d'épaisseur produisant une déformation de la forme

$$Z = a\rho^2, \qquad \text{avec} \quad \rho = r/H \quad \text{et} \quad 0 \leq \rho \leq 1. \tag{3.1}$$

Les difficultés que présente l'exécution d'un profil d'épaisseur variable ne doivent pas constituer un obstacle sérieux, puisque la précision à tenir sur l'épaisseur est beaucoup plus faible que la précision obtenue sur la déformation.

Soit $\varphi$ la pente

$$\varphi = -\frac{dZ}{dr} = -2\frac{a}{H}\rho$$

L'équilibre d'un secteur élémentaire déformé par les charges extérieures est donné par l'équation :

$$\mathcal{M}_r + r\frac{d\mathcal{M}_r}{dr} - \mathcal{M}_t + Qr = 0 \tag{3.2}$$

avec

$$\begin{cases} \mathcal{M}_r = \mathcal{D}\left[\dfrac{d\varphi}{dr} + \nu\,\dfrac{\varphi}{r}\right] & \text{(moment de flexion radial)} \\ \mathcal{M}_t = \mathcal{D}\left[\nu\,\dfrac{d\varphi}{dr} + \dfrac{\varphi}{r}\right] & \text{(moment de flexion tangentiel)} \\ \mathcal{D} = \dfrac{E}{12(1-\nu^2)}\,h^3 & \text{(rigidité)} \\ Q = -\dfrac{1}{2}\,q\,r & \text{(effort tranchant)} \end{cases}$$

Exprimant $\mathcal{M}_r$ et $\mathcal{M}_t$ en fonction de la rigidité $\mathcal{D}$ et de la pente $\varphi$, l'équilibre s'écrit :

$$\frac{d\mathcal{D}}{dr}\left[\frac{d\varphi}{dr} + \nu\,\frac{\varphi}{r}\right] + \mathcal{D}\,\frac{d}{dr}\left[\frac{d\varphi}{dr} + \frac{\varphi}{r}\right] + Q = 0$$

que l'on peut encore écrire en fonction de $\rho$

$$\frac{d\mathcal{D}}{d\rho} + \frac{\dfrac{d}{d\rho}\left[\dfrac{d\varphi}{d\rho} + \dfrac{\varphi}{\rho}\right]}{\dfrac{d\varphi}{d\rho} + \nu\,\dfrac{\varphi}{\rho}}\,\mathcal{D} = -\frac{Q\,H^2}{\dfrac{d\varphi}{d\rho} + \nu\,\dfrac{\varphi}{\rho}}$$

Avec l'hypothèse d'une déformation parabolique, on aboutit à une équation du premier ordre très simple

$$\frac{d\mathcal{D}}{d\rho} = -\frac{1}{4(1+\nu)}\,q\,\frac{H^4}{a}\,\rho$$

Le miroir ayant les appuis libres nous devons avoir $\mathcal{M}_r(1) = 0$, mais comme $\left[\dfrac{d\varphi}{dr} + \nu\,\dfrac{\varphi}{r}\right]_{\rho=1} \neq 0$, il faut $\mathcal{D}(1) = 0$ et la rigidité s'écrit :

$$\mathcal{D} = \frac{1}{8(1+\nu)}\, q\, \frac{H^4}{a}\,(1-\rho^2)\ ,$$

soit pour le profil d'épaisseur

$$h = \left[\frac{3}{2}(1-\nu)\,\frac{q}{E}\,\frac{H}{a}\,(1-\rho^2)\right]^{1/3} H\ ,$$

quant au moment de flexion radial, il a pour expression

$$\mathcal{M}_r = \frac{1}{4}\, q\, H^2\,(1-\rho^2)\ ,$$

ce qui nous donne pour les contraintes radiales maximales

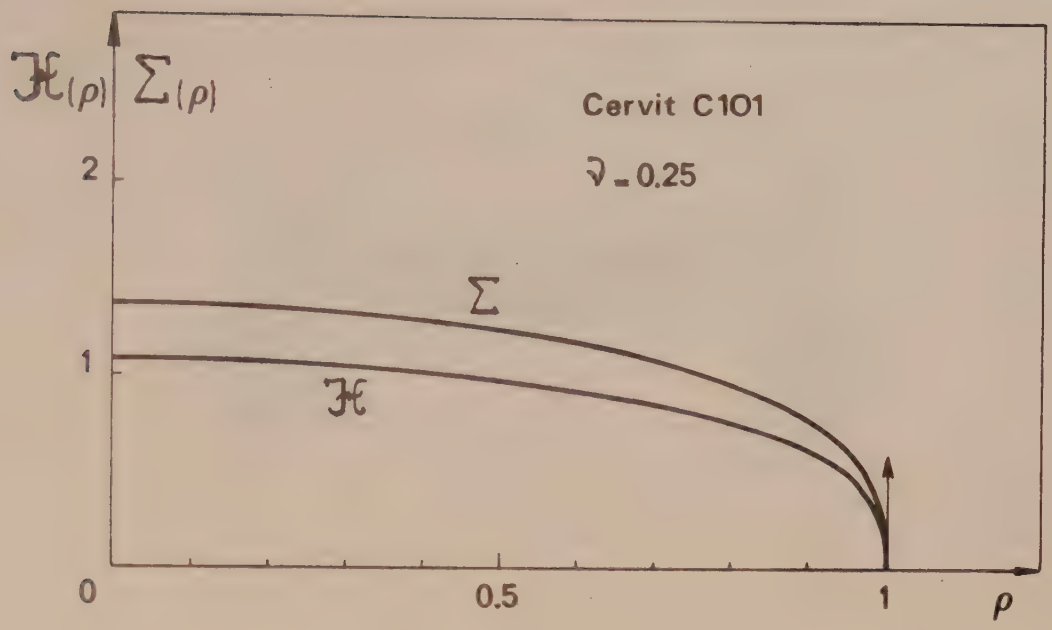
$$\sigma_r = 6\,\frac{\mathcal{M}}{h^2} = \frac{3}{2}\left[\frac{2}{3(1-\nu)}\,\frac{E}{q}\,\frac{a}{H}\right]^{2/3}(1-\rho^2)^{1/3}\, q \qquad (3\text{-}5)$$

Les équations (3-4) et (3-5) peuvent s'écrirent :

$$h = H\sqrt[3]{\frac{q}{E}\,\frac{H}{a}}\;\mathcal{H}(\rho,\nu) \quad \text{avec} \quad \mathcal{H}(\rho,\nu) = \left[\frac{3}{2}(1-\nu)(1-\rho^2)\right]^{1/3}, \qquad (3\text{-}6)$$

$$\sigma = q\sqrt[3]{\frac{E^2}{q^2}\,\frac{a^2}{H^2}}\;\Sigma(\rho,\nu) \quad \text{avec} \quad \Sigma(\rho,\nu) = \frac{3}{2}\left[\frac{4}{9(1-\nu)^2}(1-\rho^2)\right]^{1/3}. \qquad (3\text{-}7)$$

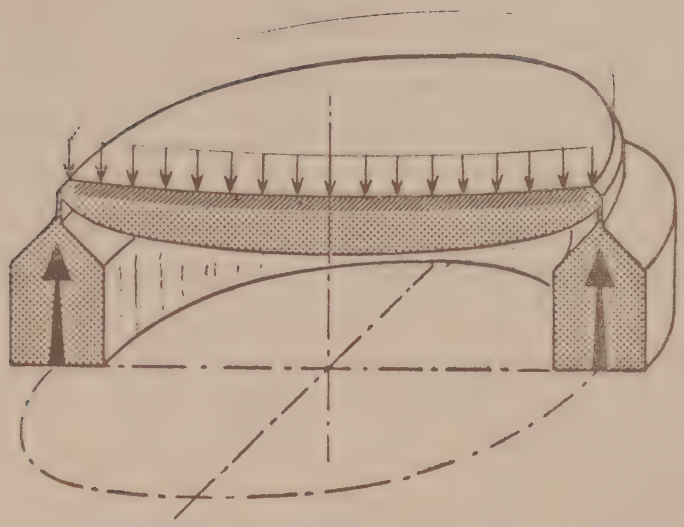
où $\mathcal{H}(\rho,\nu)$ et $\Sigma(\rho,\nu)$ sont les grandeurs adimensionnelles représentées sur la figure qui suit.




- Epaisseur et contrainte d'un miroir à focale variable -

Les dispositions pratiques à mettre en oeuvre lors de l'exécution d'un tel miroir doivent respecter les hypothèses des moments de flexion nuls au bord du miroir. La meilleure solution est très certainement une disposition du type "fond de vase" se rapprochant de celle conçue et expérimentée par Couder (1931) pour diminuer les déformations thermiques causées par les courants de convection existant dans les miroirs. Cette disposition, de plus très légère, peut assurer la même rigidité qu'un miroir habituel massif. Il faut également rappeler qu'elle permet de beaucoup simplifier la construction des compensateurs de flexion.

Pour réaliser l'appui à très faible moment d'encastrement, la solution la plus sûre à tous les points de vue, consiste à relier le miroir à une couronne périphérique par l'intermédiaire d'une collerette très mince, comme il est représenté en coupe sur la figure. La rigidité au bord du miroir est assurée par l'épaisseur de la couronne. Si $h_M$ est l'épaisseur du miroir à la hauteur réduite H=0,95 et si $h_c$ est l'épaisseur de la collerette, la qualité de l'appui idéaliséest donné par le rapport $(h_M/h_c)^3$ qui doit être grand. La limite inférieure d'épaisseur de la collerette est donnée par la contrainte maximale de traction à la rupture du matériau constituant le miroir. Le calcul montre qu'il est toujours possible d'avoir un



- Miroir à focale variable -

moment d'encastrement très faible soit $(h_M / h_c)^3 \gtrsim 10^3$.
En pratique, l'expérience montre qu'un rapport $h_M / h_c = 6$ ou 7 ne produit que des effets négligeables dans la plupart des cas.

## 2 - OPTIQUE A FOCALE VARIABLE

### 2 . 1 - TELESCOPES SOLAIRES

Le grand éclat de la surface solaire permet habituellement l'utilisation de télescopes extrêmement peu ouverts, soit principalement de F/40 à F/150 d'après Bowen (1967). Les aberrations sont alors négligeables, et un simple miroir sphérique donne des images de diffraction ou des images spéculaires sur un champ aussi étendu que le diamètre du soleil. La grande longueur focale ne permettant pas pratiquement de pointer directement le télescope sur le soleil, le miroir concave est toujours placé à poste fixe et un ou deux miroirs plans mobiles sont nécessaires pour renvoyer la lumière solaire dans le télescope.

Considérons un miroir sphérique concave $\Omega_o = F/D$ au repos et, supposons que l'on désire augmenter sa distance focale pour pouvoir utiliser ce miroir le plus efficacement possible suivant la recherche entreprise et les conditions de turbulence. Une compression uniforme $q$ appliquée à la face postérieure du miroir porte la longueur focale à une valeur $\Omega_M D$ telle que $\Omega_M > \Omega_o$ . La flèche correspondant à une telle déformation est :

$$a = \frac{H^2}{2R_0} - \frac{H^2}{2R_M} = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{\Omega_o} - \frac{1}{\Omega_M}\right) H \quad ,$$

soit pour le profil d'épaisseur d'après la relation (3 - 6)

$$h = 2H \left[\frac{q}{E}\,\frac{\Omega_M \Omega_o}{\Omega_M - \Omega_o}\right]^{1/3} \mathcal{H}(\rho,\nu) \quad , \qquad (3\text{-}8)$$

et les contraintes radiales maximales d'après (3 - 7)

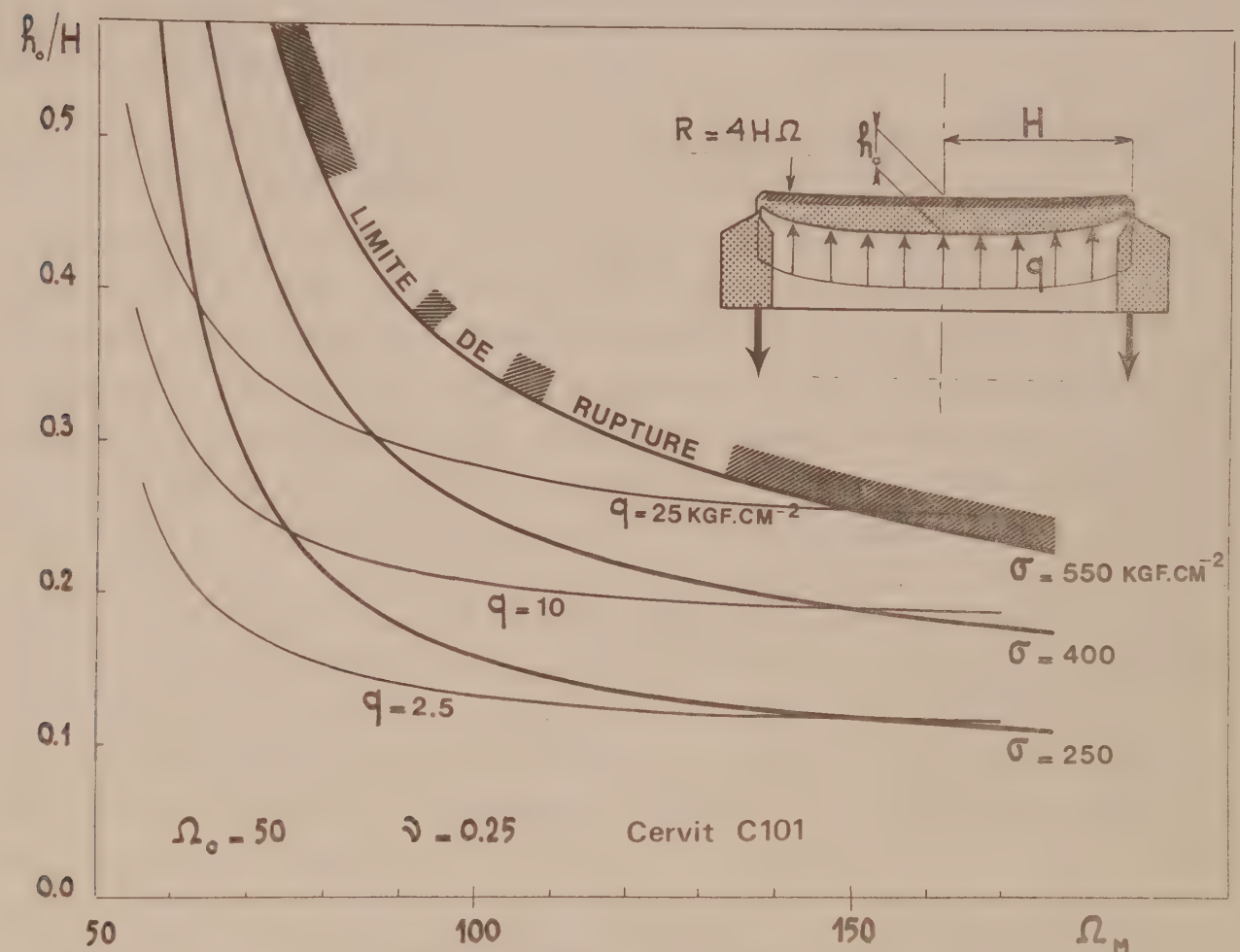
$$\sigma = \frac{1}{4}\, q \left[\frac{E}{q}\,\frac{\Omega_M - \Omega_o}{\Omega_M \Omega_o}\right]^{2/3} \Sigma(\rho,\nu) \quad . \qquad (3\text{-}9)$$

L'épaisseur et les contraintes radiales de flexion sont toutes deux maximales au centre du miroir. Pour un miroir pouvant se déformer de $F/\Omega_o$ à $F/\Omega_M$ il est nécessaire de connaître l'épaisseur centrale $h_o$ du miroir en fonction de la contrainte maximale admissible à $F/\Omega_M$ tout en restant dans le domaine où l'on ne risque pas la rupture. Il suffit pour cela d'éliminer la charge de compression $q$ dans les relations (3 - 8) et (3 - 9)

$$\frac{h_o}{H} = 8\,\frac{\mathcal{H}(0,\nu)}{\Sigma(0,\nu)}\,\frac{\sigma}{E}\,\frac{\Omega_M \Omega_o}{\Omega_M - \Omega_o} \quad . \qquad (3\text{-}10)$$

Pour un mircir en Cer-vit C-101 , $\nu = 1/4$ , $E = 0{,}94.10^6$ kgf.cm$^{-2}$ . $\sigma_{Rupt.} = 550$ kgf.cm$^{-2}$ ouvert à F/50 sans contrainte ( $\Omega_o = 50$), la

figure ci-dessous fournit l'épaisseur centrale relative ( $h_o/H$ ) lorsque le nombre de fermeture peut être augmenté d'une manière continue jusqu'à $\Omega_M$ lors de la compression. La figure donne également la contrainte maximale de traction au centre lorsque le miroir atteint sa longueur focale maximale.




- Diagramme de détermination de l'épaisseur centrale h /H -

A titre indicatif, un miroir en Cer-vit C-101 de 100 cm d'ouverture, ayant 12 cm d'épaisseur centrale, peut passer de F/50 à F/75 sous l'effet d'une charge de 9,57 $kgf.cm^{-2}$ et pour une contrainte maximale légèrement inférieure à la moitié de la limite de rupture.

Le choix du diamètre objectif optimal d'un télescope solaire à haute résolution est une question très délicate, et ne constitue pas l'objet du présent mémoire. Disons simplement qu'un miroir de 30 cm d'ouverture résoud théoriquement 0,4" d'arc et que cette

valeur est pratiquement atteinte si la turbulence atmosphérique est très faible, ce qui est très rarement le cas. De plus si l'on considère, à égal temps de pose, des ouvertures supérieures à 30 cm, le pouvoir de résolution décroît à cause des déformations thermiques du miroir (Couder, 1931), et de la turbulence interne (Keenan, 1953). Il est possible de construire des télescopes solaires plus grands donc plus lumineux, mais le gain est plus modeste que pour les télescopes classiques.

Il semble intéressant de pouvoir disposer d'un miroir à focale variable dans un télescope solaire pour plusieurs raisons :

1 - Permettre d'optimiser le grandissement de l'image en fonction du pouvoir de résolution du détecteur sans changer l'optique principale du télescope. Pour certaines recherches les plaques photographiques peuvent être remplacées par des récepteurs multi-canaux moins résolvants mais ayant un rendement quantique meilleur, tels que les photodiodes au silicium (Livingston, 1972). L'utilisation des ces récepteurs permet des temps de pose plus court , ce qui diminue les effets de la turbulence atmosphérique. Le développement des techniques d'enregistrement des images spéculaires (Texereau, 1963) et la reconstitution de l'image par digitalisation (Labeyrie, 1970) devraient également permettre d'augmenter le pouvoir de résolution, mais nécessitent probablement des images plus grandes que celles utilisées lors des recherches avec des plaques photographiques.

2 - Compenser les effets produits par la turbulence interne du télescope, ainsi que ceux produits éventuellement par les dilatations du miroir. Ces effets se traduisant tous deux par des variations de la longueur focale. G.E. Hale (1904) montra qu'il était préférable d'adopter une disposition verticale émergeant à plus de 20 mètres du niveau du sol. Malgrè cela, il subsiste évidemment une turbulence naissant du réchauffement de l'air, des miroirs et de leurs supports, sous l'effet des flux incidents, réfléchis, diffusants et absorbés. Malgré les précautions prises en utilisant des calorifuges et des dispositifs thermostatés, comme à la tour solaire de Meudon où l'on contrôle la température à différents niveaux, il faut encore s'attendre d'après Mc Math et Pierce (1960)

à des fluctuations longitudinales du plan focal de l'ordre du mètre pour un télescope de 90 m de focale et un miroir en silice fondue. Plutot que de procéder à des mises au point forcément répétées en déplaçant le récepteur, il peut être préférable de conserver toujours le même grandissement et de foucaulter en déformant le miroir, ce qui peut être fait très aisément par variation de la charge. Dans le cas où la différence de marche introduite par les effets thermiques internes est évidemment de la forme

$$\delta = \alpha . \rho^2$$

le grandissement peut être rendu rigoureusement constant par asservissement de la charge exercée sur le miroir concave, qui joue ainsi le rôle de compensateur de déformation thermique.

3 - Diminuer très fortement les effets thermiques propres du miroir se traduisant par un défaut analogue à l'aberration de sphéricité. Ritchey (1926) et Wright (1911) ont décrit ce phénomène qui est appelé l'"effet de bord". Couder (1931) en a fait une étude approfondie en observant l'évaporation de la nappe de rosée qui apparaît immédiatement sur un miroir de forme classique non aluminié et uniformément froid (4°C) lorsqu'on le place rapidement à plat sur le milieu d'une table dans une pièce à 22°C. La température d'évaporation étant constante, la rosée disparaît en premier lieu au bord du disque, montrant qu'il se réchauffe plus rapidement que le centre. Si l'on répète l'expérience en enroulant une bande de papier fort sur la tranche du disque, on constate alors que la rosée disparaît presque simultanément sur toute la surface. Dans un miroir de forme classique (plan-concave), les surfaces isothermes présentent des courbures relativement importantes dans le voisinage du bord. Le miroir à focale variable décrit précédemment, ayant une épaisseur tendant progressivement vers zéro à sa périphérie ne devrait donc pas présenter d'effet de bord. De plus, son épaisseur relativement faible et par conséquent sa faible capacité calorifique devrait permettre de diminuer plus rapidement les écarts à l'état d'équilibre thermique au cours d'une séance d'observation.

## 2.2 - COMPENSATEUR DE CHAMP

La spectroscopie de Fourier, développée par Fellgett et Jacquinot,

permet d'atteindre une haute résolution sur un grand domaine spectral au moyen d'un interféromètre de type Michelson. Le procédé qui a permis à P. Connes (1966) d'obtenir des spectres de planètes dans l'infrarouge, utilise un interféromètre assez semblable à celui construit par Fellgett (1958). Cet interféromètre permet de séparer chaque faisceau aller-retour au moyen d'un trièdre réflecteur, et la différence de marche peut être accrue sans limitation de précision, même si le déplacement dún des deux trièdres n'est pas rigoureusement une translation. Pour des raisons de construction, chaque trièdre est remplacé par un système réfléchissant équivalent, dans l'approximation de Gauss, appelé "oeil de chat" et qui n'est autre qu'une combinaison afocale d'un miroir concave et d'un miroir plus petit placé dans le plan focal du premier. Ce type d'interféromètre fut construit pour la première fois par Cuisenier au laboratoire Aimé Cotton.

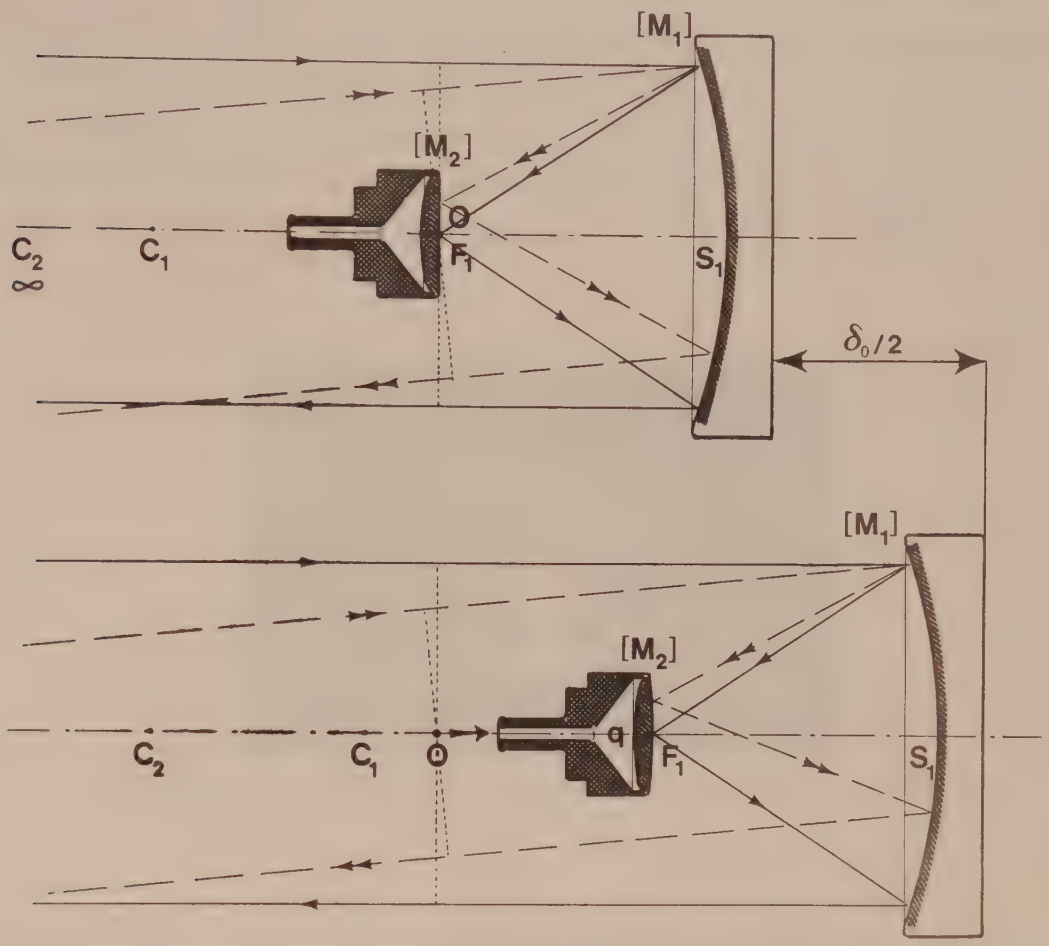
Différents procédés permettant de compenser les variations de la différence de marche avec l'incidence ont été décrits par Connes, Mertz et Bouchareine, mais ne sont pas utilisables pour de grandes différences de marche et présentent l'inconvénient d'introduire sur les faisceaux des surfaces optiques supplémentaires qui doivent également posséder la qualité interférométrique. Cuisenier et Pinard ont proposé une méthode de compensation du champ par déformation du petit miroir, sans ajouter de nouveaux éléments optiques.

Le principe de fonctionnement est le suivant : On considère un interféromètre à oeils de chat dans lequel les petits miroirs sont plans pour simplifier. Soit $\delta_0$ la différence de marche engendrée par un déplacement $\delta_0/2$ de l'oeil de chat mobile, la différence de marche pour les rayons inclinés d'un angle i par rapport à l'axe est :

$$\delta_i = \delta_0 (1 - i^2/2) .$$

L'avantage de l'oeil de chat est qu'ici les rayons d'incidence i sont physiquement séparés sur le petit miroir, et que par suite, on peut compenser le terme $\delta_0 i^2/2$ en courbant le petit miroir de $\delta_0 i^2/4$ à la distance $Ri/2$ de l'axe. Ceci revient à le rendre sphérique avec un rayon de courbure $r = R^2/2\delta$ , R étant le rayon

de courbure du grand miroir. On peut remarquer que cette déformation est celle qui conserve immobile le centre de symétrie de l'oeil de chat alors que ce dernier se déplace.

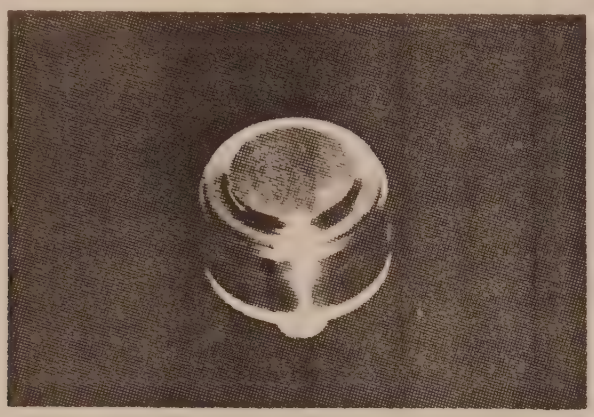



- Oeil de chat d'un interféromètre à champ compensé -

Les deux centres de symétrie restent donc confondus comme ils le sont à la différence de marche zéro. Pour annuler constamment la différence de marche entre un rayon axial et un rayon incliné, il faut donc tout d'abord assurer le synchronisme de la variation de $r$ avec $\delta$ au moyen d'un asservissement, et ensuite maintenir sphérique la forme du petit miroir quand son rayon de courbure $r$ varie.

Un petit miroir concave en acier inoxydable 18-10 de 18-mm d'ouverture utile, et de 1-mm d'épaisseur centrale a donné des résultats intéressants. Le rapport d'ouverture passe de F/20 à F/35 sous l'effet d'une charge variant de la pression normale à 6,2-Atm. ,

soit une flexion de 31 µm (20mm diamètre). Au repos, le miroir est parfaitement sphérique ( $\lambda/8$) et présente un excellent poli sans piq ûres. La principale difficulté vient de la faible dimension de ce miroir et en particulier, du problème que pose l'exécution de l'étranglement idéalisant l'appui libre ; cet étranglement devant posséder une épaisseur inférieure à 100 µm. Lors du premier essai, cette épaisseur fut surabondante (250 µm) et le moment de flexion périphérique résiduel introduisait une forme elliptique oblate lorsque la charge était maximale. (l'écart à la sphère osculatrice étant de 1,6 µm).



- Miroir de 20-mm d'ouverture à focale variable -

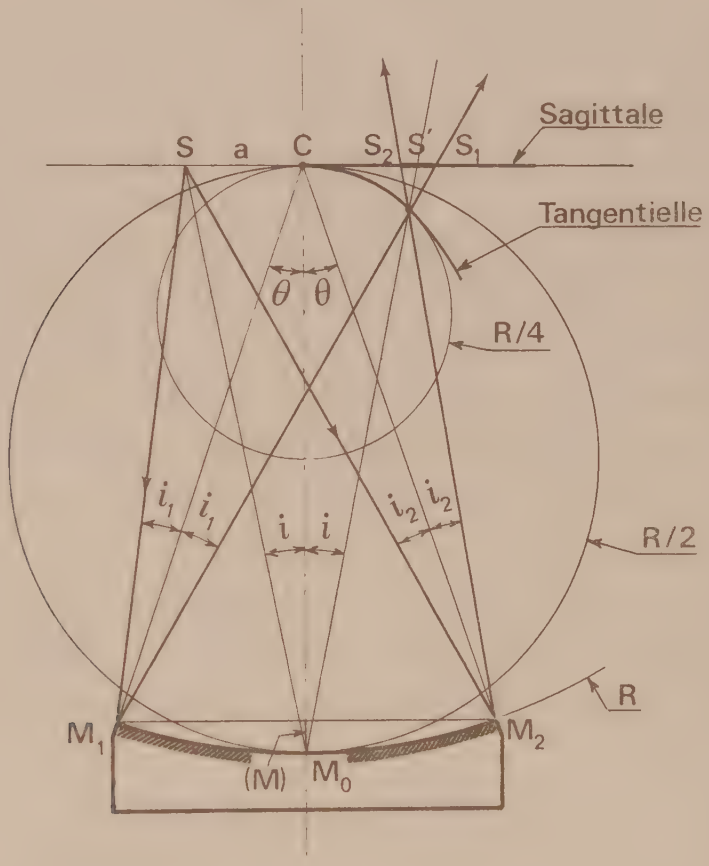
Il sera donc nécessaire d'améliorer la géométrie au voisinage de l'appui pour réduire au maximum le moment d'encastrement, en contrôlant avec précision la très faible épaisseur que doit posséder cet appui périphérique.

## 3 - CORRECTION DE L'ASTIGMATISME.

Pour des pinceaux très peu ouverts, il subsiste principalement dans le champ une aberration d'astigmatisme caractérisée par deux zones d'amincissement appelées focale tangentielle et focale sagittale. Pour une ouverture donnée, la longueur d'astigmatisme croît en fonction du carré de l'angle d'incidence et croît proportionnellement au nombre de fermeture.

A titre d'exemple, considérons un miroir sphérique de centre de courbure C , de centre $M_0$ et de rayon R, ainsi qu'un point source S situé dans le plan perpendiculaire en C à $CM_0$ et placé à une distance quelconque **a** de C (voir figure).

* - Soit M un point de la méridienne du miroir prise dans le plan de section vertical passant par C , et perpendiculaire à la figure. La droite SC étant perpendiculaire à ce plan, il est clair que tous les rayons SM s'appuient sur le foyer sagittal S', symétrique de S par rapport à C . La surface focale sagittale (ou méridienne) est donc le plan perpendiculaire en C à $CM_0$ , lieu des foyers S' .




* - Soit $M_1$ et $M_2$ les extrémités de la méridienne située dans le plan de la figure. En considérant les deux triangles $CSM_1$ et $CS_1M_1$ , nous pouvons écrire les relations :

$$\frac{\sin i_1}{a} = \frac{\cos(\theta - i_1)}{R} \qquad \text{et} \qquad \frac{\sin i_1}{CS_1} = \frac{\cos(\theta + i_1)}{R} \ .$$

Et en posant $CS_1 = a + \tau$ , il vient

$$\tau = -a\left[1 - \frac{\cos(\theta - i_1)}{\cos(\theta + i_1)}\right] \simeq 2\theta i_1 a$$

puisque l'on suppose $i_1$ et $\theta$ petits. En première approximation $i_1 \simeq i_2 \simeq i$ et en posant $\Omega = F/D = R/2H \simeq 1/2\theta$ puisque l'on est en grandissement -1 , on obtient pour l'aberration transversale $2\tau = 2F\, i^2/\Omega$ , soit avec $i = a/F$ une longueur d'astigmatisme égale à :

$$l \simeq \tau/\theta = 2ia = 2Fi^2$$

La surface focale tangentielle est donc osculatrice à la sphère de rayon R/4 tangente en C à SS' . On remarque que si le point source S avait été placé sur la sphère de rayon R/2 passant par C et tangente au miroir, l'image tangentielle de ce point serait également située sur cette sphère. Cette sphère présente un grand intérêt en spectrographie, et fut utilisée la première fois par Rowland lorsqu'il introduisît les réseaux de diffraction concaves dans le but d'éliminer l'emploi des objectifs collimateurs, et de diminuer ainsi les pertes de lumière et les éventuelles images parasites.

Au niveau du miroir sphérique et après la réflection, l'onde issue de S présente un écart de sphéricité analogue à une selle de cheval. Son expression en coordonnées cylindrique est de la forme :

$$Z = \frac{1}{2} Z_{maxi}\, \rho^2 \cos 2\theta \qquad (3.11)$$

surface caractérisant l'astigmatisme et appartenant à la représentation analytique des polynomes de Zernike. Pour un miroir sphérique de rayon R en grandissement $\gamma = -1$ , le facteur d'amplitude $Z_{maxi}$ de la selle de cheval se calcule à l'aide des relations sagittale et tangentielle

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2\cos i}{R} \quad , \quad \frac{1}{t} + \frac{1}{t'} = \frac{2}{R\cos i} \qquad \text{avec} \quad s = t = \frac{R}{\cos i}$$

ce qui donne pour le premier ordre $Z_{maxi} = H^2 i^2 / R$ . Le miroir compensateur d'astigmatisme doit avoir une déformation deux fois moindre, soit :

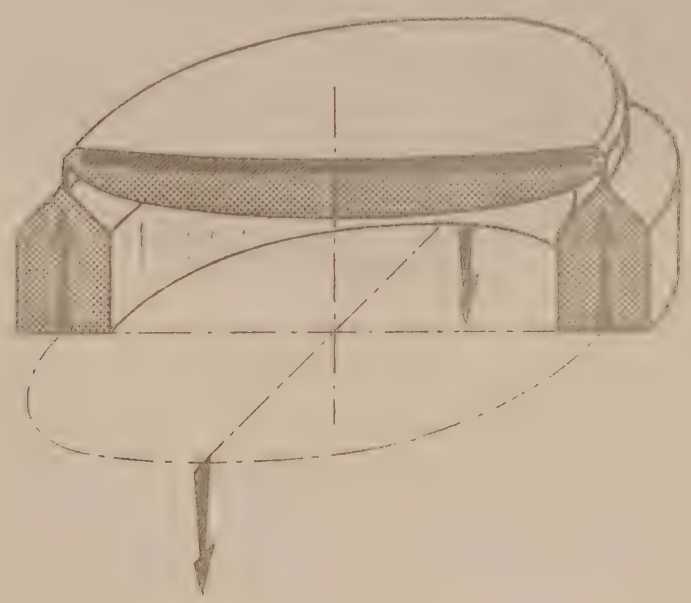
$$Z_{Elas} = \frac{1}{4} \frac{H^2}{R} i^2 \rho^2 \cos 2\theta \ ,$$

ou finalement avec la convention du début

$$Z_{Elas} = \frac{1}{8} H \frac{i^2}{\Omega} \rho^2 \cos 2\theta \ , \qquad 0 \leq \rho \leq 1 \qquad (3.12)$$

La distribution d'épaisseur établie au début permet d'engendrer par élasticité une déformation en $\rho^2$ possédant la symétrie de révolution. La difficulté est donc maintenant de moduler cette déformation en fonction de la variable angulaire. Un artifice assez simple permet d'effectuer avec rigueur cette modulation.

Considérons une couronne épaisse de section constante et quatre points situés à $90^\circ$ sur sa fibre neutre circulaire. Exerçons sur deux points d'un même diamètre, et dans une direction perpendiculaire au plan de la fibre neutre, deux charges ponctuelles de même intensité, et supposons une configuration telle que les réactions aient lieu sur les 2 points du diamètre orthogonal au premier (d'un point de vue pratique, cette configuration de charges est très aisée à mettre en oeuvre). Sous cet effet la couronne se déforme



- Miroir compensateur d'astigmatisme -

élastiquement suivant une loi en $\cos 2\theta$ , et il est intéressant de remarquer, pour la suite, que si cette couronne est métallique, la déformation peut être imprimée définitivement en exerçant des contraintes dans le domaine de plasticité.

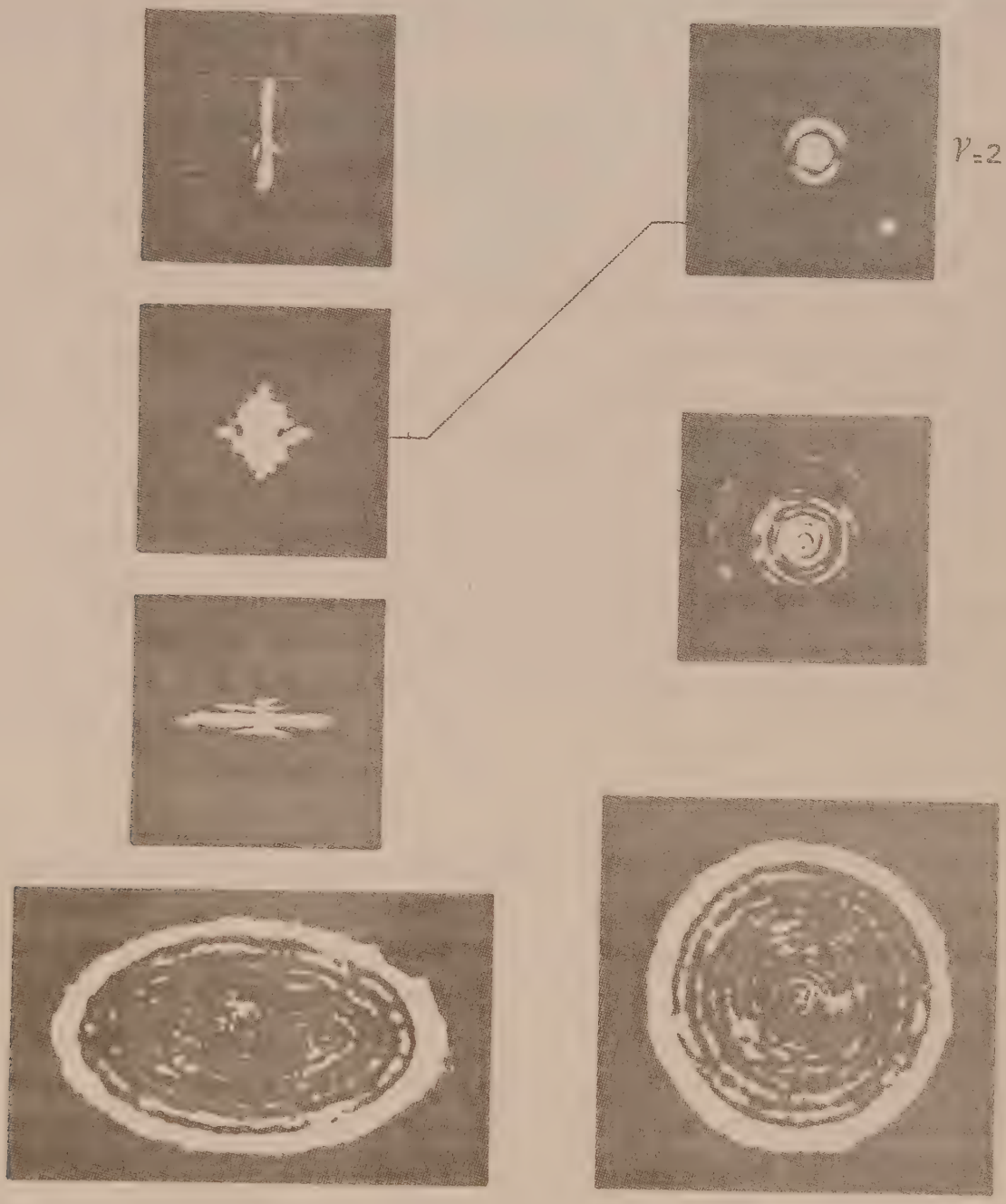
Pour obtenir la surface en $\rho^2 \cos 2\theta$ , il suffit de lier la couronne épaisse et la périphérie du miroir par un étranglement à très faible moment d'encastrement, qui idéalise un appui libre ( voir figure). Le profil compensateur d'astigmatisme primaire est alors crée en exerçant les quatres forces sur la couronne rigide.

Un miroir concave en acier inoxydable, de 9-cm d'ouverture a été réalisé selon le principe précédent. Les interférogrammes de Fizeau montrent les écarts entre la selle de cheval et la sphère moyenne.

- Interférogramme d'une déformation élastique en $\rho^2 \cos 2\theta$ -
( ASTIGMATISME )

On a également observé la correction effective de l'astigmatisme dans le montage décrit au début de ce paragraphe. Le rapport

# COMPENSATION DE L'ASTIGMATISME PAR ELASTICITE




IMAGES DE DIFFRACTION

MIROIR EN ACIER INOXYDABLE 18-10

| | |
|---|---|
| Rayon du miroir | R = 270-cm |
| Hauteur maximale | H = 4,5-cm |
| Nombre de fermeture | $\Omega$ = 30 |
| Angle d'incidence | i = 7° |
| Longueur d'astigmatisme | $\ell$ = 41-mm |
| Déformation maxi onde | Z = 11,3-$\mu$m |

d'ouverture était égal à F/30 avec $i = 7°$ , et $H = 4{,}5$ cm. Les photographies précédentes représentent les images de diffraction avant et après la déformation élastique, et l'on peut voir apparaître finalement le premier anneau de l'image de diffraction d'Airy.

- NOTA - Lorsque des miroirs travaillant dans des systèmes optiques centrés de bonne qualité, présentent de l'astigmatisme en fournissant des images relativement elliptiques sur l'axe, il est possible d'éliminer ce défaut (généralement dû à une mauvaise assise du miroir lors de la taille) en exerçant directement sur le miroir des forces égales et opposées suivant deux diamètres principaux d'astigmatisme. Toutefois, ce procédé ne saurait être efficace si la déformation est supérieure à une $\frac{1}{4}$ longueur d'onde, car

1° - La déformation radiale n'est pas purement en $\rho^2$ , surtout pour des miroirs concaves ayant leur face arrière plane.

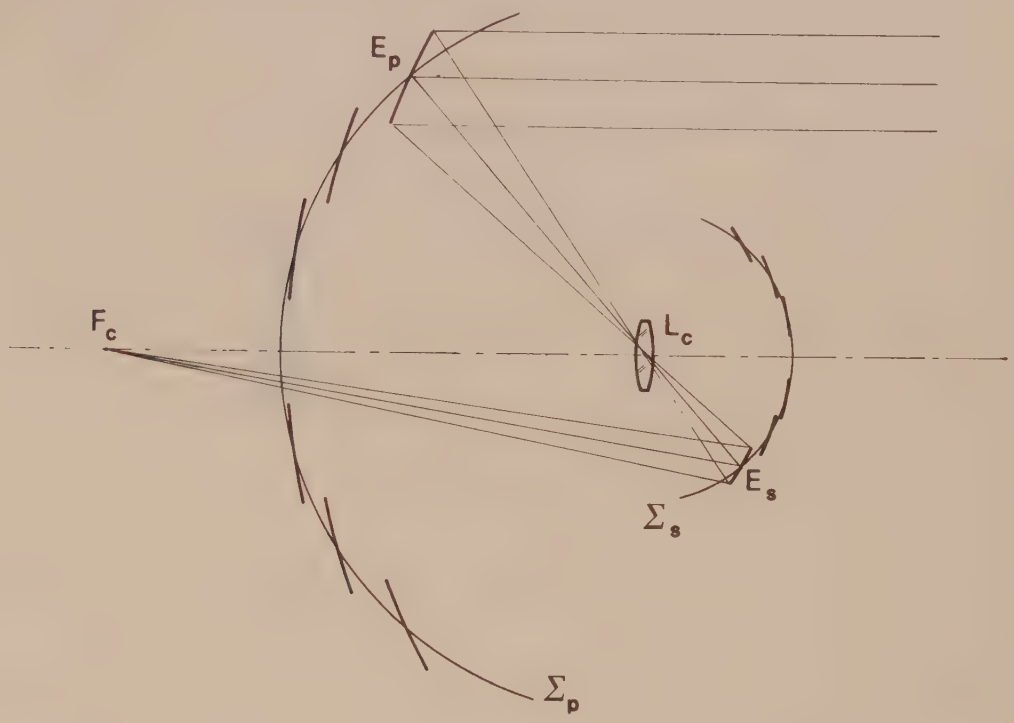
2° - La répartition angulaire de la déformation en $\cos 2\theta$ , engendrée uniquement par les quatre points, est plus facile à respecter, mais peut produire des déformations locales gênantes au voisinage des quatre zones d'appuis.

## 4 - APPLICATION - MIROIRS HORS DE L'AXE.

Pour les recherches en lumière infrarouge et comme suite au collecteur de 420 cm construit à Meudon, P. Connes a étudié un projet de télescope Grégory, constitué d'un miroir primaire en mosaïque (éléments sphériques) et d'un miroir secondaire également en mosaïque (éléments asphériques). La mosaïque primaire a un diamètre de 20m à F/1 , la mosaïque secondaire a un diamètre d = 1m , soit un grandissement $\gamma = 20$. Le nombre d'éléments serait de l'ordre de 400. La précision doit être telle que la tache correspondant à une étoile ait un diamètre de 2" ($10^{-5}$ rad.), la tache de diffraction de chaque élément étant de 0,2" à 1 µm et 2" à 10 µm .

Les centres de figure des éléments primaires $E_p$ sont répartis sur une sphère $\Sigma_p$ , et les éléments secondaires $E_s$ sur une

sphère $\Sigma_s$ . On peut montrer que l'aplanétisme est obtenu par un choix convenable des surfaces $\Sigma_p$ et $\Sigma_s$ . Les pinceaux issus des




- Projet de grand télescope infra-rouge -

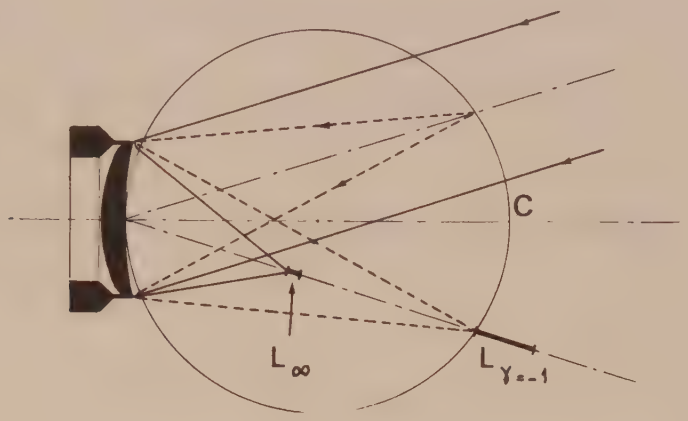
éléments primaires $E_p$ sont rendus stigmatiques par une déformation des éléments $E_s$ . Le pinceau réfléchi par l'élément primaire le plus marginal présente les aberration angulaires suivantes :

- sphéricité $\approx 10^{-6}$ rad. (totalement négligeable)
- coma $\approx 11 . 10^{-5}$ rad. (11 fois la tolérance)
- astigmatisme $\approx 156 . 10^{-5}$ rad. (156 fois la tolérance)

L'astigmatisme est donc de loin prépondérant, la longueur d'astigmatisme étant d'environ 125-cm.

Dans le cadre de ce projet, différents éléments secondaires $E_s$ en aluminium-kanigen et en acier inoxydable, ont été construits selon le principe décrit au paragraphe précédent. Pour réaliser les tests optiques, il est commode d'observer l'image d'uh trou à l'aide du montage de grandissement $\gamma = -1$ , puisque dans ce cas le miroir déformable est la seule surface optique utilisée. Ce montage ne nécessite pas l'emploi d'un collimateur, et évite par

conséquent les risques d'erreurs ; il permet également de tester des miroirs de n'importe quelle dimension. Pour un même miroir et un même angle d'incidence, les propriétés d'équivalence du montage point objet à l'infini et du montage de grandissement $-1$ sont les suivants :




- Montages d'astigmatisme -

* - les longueurs d'astigmatisme sont dans un rapport 4 soit

$$\ell_{\gamma=-1} = 4\,\ell_{F,\infty} = 2Ri^2$$

* - les focales tangentielles sont tournées vers le miroir.
* - le stigmatisme est obtenu pour une même déformation du miroir.

Bien qu'il n'y ait pas de difficultés pour engendrer par flexion l'amplitude de la déformation en $\rho^2 \cos 2\theta$ , les résultats montrent qu'actuellement, la qualité des images de diffraction ne peut être obtenue pour une mosaïque primaire ouverte à F/1. Pour une mosaïque primaire ouverte à F/1,5 , les expériences ont également montré que la déformation élastique des éléments secondaires $E_s$ (ouverture 9cm , $R$ = 270cm) peuvent réduire le diamètre angulaire du cercle de moindre aberration à la valeur $7.10^{-5}$ radian ce qui n'est pas encore négligeable, mais constitue un gain de 20 sur la tache initiale. La déformation relative à la dimension restant la même, on peut également souligner que si la correction d'astigmatisme se fait au niveau des éléments primaires, dans le projet à F/1,5 , la qualité de la déformation est interférométrique ; on observe en effet distinctement, dans ce cas, le pic central de la tache

d'Airy entourée du premier anneau de diffraction.

---

## BIBLIOGRAPHIE


A. Couder, Bulletin Astronomique, 7, p.302, (1931).

I.S. Bowen, Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 5, p.56, (1967).

P.C. Keenan, "The Sun", Ed. G. Kuiper, Univ. Chicago Press, p.597, (1953).

W.C. Livingston, Sky and Telescope, 6, p.348, (1972).

J. Texereau, Applied Optics, 2, p.1, (1963).

A. Labeyrie, Astronomy and Astrophysics, 6, p.85, (1970).

G.E. Hale, Astrophysical Journal, 21, p.159, (1904).

R.R. McMath et A.K. Pierce, Sky and Telescope, 9, p.135, (1960).

G.W. Ritchey, Bulletin S.A.F., p.57, (1926).

W.H. Wright, Pub. Lick Observatory, 9, p.25, (1911).

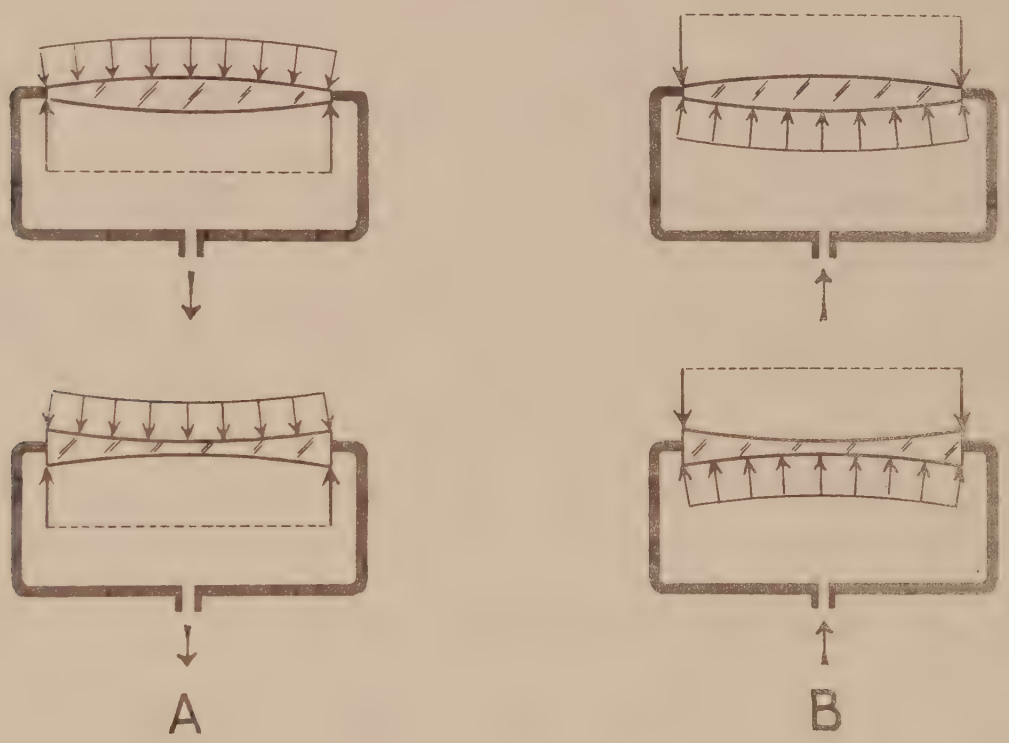
J. Connes et P. Connes, J. Optical Society of America, 56, 7, p.896, (1966).

M. Cuisenier et J. Pinard, Journal de Physique, Colloque C2, Supplément n°3-4, tome 28, p.C2-93, (1967).

# C H A P I T R E  4

## DEFORMATION DES LENTILLES MINCES PAR FLEXION

Pour déformer élastiquement une ou deux faces d'une lentille mince, la configuration la plus simple est celle qui consiste à exercer une charge uniforme sur tout le dioptre en équilibre avec une réaction d'appui périphérique.




- Configurations des charges pour la flexion des lentilles minces -

Une déformation par dépression est aisément produite au moyen d'une pompe primaire (configuration A), tandis que dans le cas d'une flexion par compression, la charge n'étant pas limitée par les conditions normales, il devient prudent d'utiliser un liquide lorsque la charge dépasse 5 atmosphères (configuration B) ainsi que le pré-

conisent G.P. Bentley et G.H. Lovins (1962).

## 1 - ELASTICITE.

On considère dans l'étude qui suit la flexion de plaques lenticulaires de faible épaisseur (lentilles minces), et de faible cambrure (fibre neutre ne s'écartant pas trop d'un plan). Une lentille dont les dioptres sont initialement sphériques, est en appui sur sa périphérie de diamètre $2H$ . Soit $q$ la charge uniforme, $r$ un rayon élémentaire de la lentille, $\mathcal{D}$ sa rigidité et $Z_{Elas}$ la déformation engendrée. Avec les notations habituelles, les relations de départ sont les suivantes :

$$\begin{cases} \varphi = -\dfrac{dZ_{Elas}}{dr} & \text{pente de la déformation ,} \\ \mathcal{M}_r = \mathcal{D}\left[\dfrac{d\varphi}{dr} + \nu\dfrac{\varphi}{r}\right] & \text{moment de flexion radial ,} \\ \mathcal{M}_t = \mathcal{D}\left[\dfrac{\varphi}{r} + \nu\dfrac{d\varphi}{dr}\right] & \text{moment de flexion tangentiel ,} \\ Q = \dfrac{1}{2\pi r}\displaystyle\int_0^r q\,2\pi r\,dr = \frac{1}{2}qr & \text{effort tranchant .} \end{cases}$$

L'équilibre d'un élément de volume étant donné par l'équation :

$$\mathcal{M}_r + r\frac{d\mathcal{M}_r}{dr} - \mathcal{M}_t + Qr = 0 \qquad (4.$$

Soit en l'écrivant par rapport à $\varphi$ ,

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\mathcal{D}}\frac{d\mathcal{D}}{dr}\right)\frac{d\varphi}{dr} - \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\nu}{r}\frac{1}{\mathcal{D}}\frac{d\mathcal{D}}{dr}\right)\varphi = -\frac{1}{2}qr\frac{1}{\mathcal{D}} .$$

Puisque la rigidité a pour expression $\mathcal{D} = E h^3/12(1-\nu^2)$ , où $h$ est

l'épaisseur, E le module d'Young et $\vartheta$ le coefficient de Poisson, en considérant l'épaisseur réduite $e = h/H$, le rayon élémentaire réduit $\rho = r/H$ , il vient :

$$\frac{d^2\varphi}{d\rho^2} + \left[\frac{1}{\rho} + \frac{3}{e}\frac{de}{d\rho}\right]\frac{d\varphi}{d\rho} + \left[\frac{1}{\rho^2} - \frac{3\vartheta}{\rho e}\frac{de}{d\rho}\right]\varphi = -6(1-\vartheta^2)\frac{q}{E}\frac{\rho}{e^3} \qquad (4.3)$$

Il est nécessaire de définir maintenant une représentation du profil adimensionnel d'épaisseur $e(\rho)$ de la lentille. Le développement d'une sphère de rayon de courbure R par rapport à son plan tangent peut s'écrire en coordonnées adimensionnelles

$$\begin{cases} Z_\Sigma = \left[\varpi\rho^2 + \varpi^3\rho^4 + \dots\right] H \\ \rho = r/H, \quad \varpi = H/2R \ll 1, \quad 0 \leq \rho \leq 1. \end{cases}$$

On considère que le polissage par abrasion de deux solides engendre toujours une sphérique dont la représentation sous la forme de la quadrique(4-3) est celle de la théorie du 3ième ordre. Soient $\ell$ l'épaisseur au bord pour une lentille convergente, ou au centre pour une lentille divergente, et $R_1$ et $R_2$ les rayons de courbure de chaque dioptre (positif pour un dioptre convergent). En posant $\alpha = \ell/H$ , $\varpi_1 = H/2R_1$ , $\varpi_2 = H/2R_2$ et $\varpi = \varpi_1 + \varpi_2$ , les représentations adimensionnelles de l'épaisseur sont les suivantes

Lentille convergente - $e = \alpha + \varpi(1-\rho^2)$ avec $\alpha>0$, $\varpi>0$. (4.4)

Lentille divergente - $e = \alpha - \varpi\rho^2$ avec $\alpha>0$, $\varpi<0$. (4.5)

Le calcul qui suit ne donnant les déformations prévues que pour les lentilles minces, les termes en $\rho^4$ concernant le profil d'épaisseur peuvent être négligés pour l'étude des déformations. On ne considère donc que la flexion des paraboloïdes.

Les deux représentations précédentes peuvent être unifiées :

$$\begin{cases} e(\rho) = \varpi\,(\delta - \rho^2) \quad , \quad 0 \leq \rho \leq 1 & (4.6) \\ \text{L. convergente} \quad \delta = 1 + \alpha/\varpi = 1 + \dfrac{2\ell}{H^2}\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} > 1 \quad (\delta = 1 \text{ bord tranchant}), \\ \text{L. divergente} \quad \delta = \alpha/\varpi = \dfrac{2\ell}{H^2}\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} < 0 \quad (\delta = 0 \text{ ép. nulle au centre}). \end{cases}$$

Cette représentation de la variation d'épaisseur est plus naturelle que celle adoptée par O. Pichler (Thèse 1928) et qui avait pour forme $e(\rho) = \exp(-\beta\rho^2/6)$ , dans laquelle $\beta$ est une constante devant être choisie aussi proche que possible des proportions réelles de la lentille. Dans la notation de Pichler, le paramètre $\beta$ ne peut évidemment dissocier à lui seul, l'épaisseur au bord de la puissance propre de la lentille.

L'équation 4.2 s'écrit avec $p = 6(1-\nu^2)\,q/E\varpi^3$ , et compte tenu de (4.6)

$$(\delta - \rho^2)\frac{d^2\varphi}{d\rho^2} + \left(\frac{\delta}{\rho} - 7\rho\right)\frac{d\varphi}{d\rho} - \left(\frac{\delta}{\rho^2} + 6\nu - 1\right)\varphi = -p\,\frac{\rho}{(\delta-\rho^2)^2} \qquad (4.7)$$

Les lentilles étudiées ne possédant pas de trou central, les solutions donnant les déformations doivent prendre une valeur finie au centre. La solution de l'équation sans 2$^{\text{ième}}$ membre revient à chercher une relation entre les coefficients de la série impaire

$$\varphi_1(\rho) = \sum_0^\infty a_{2n+1}\,\rho^{2n+1} \quad ,$$

puisqu'elle représente une pente. En posant $\mu = 3(1+\nu)/2$ , cette solution s'écrit tout calcul fait, à un facteur près :

$$\varphi_1(\rho) = \rho + \sum_1^\infty \frac{1}{(n+1)\delta^n}\,\frac{(4.0+\mu)(5.1+\mu)\cdots[(n+3)(n-1)+\mu]}{(n!)^2}\,\rho^{2n+1} + \cdots$$

Une solution de l'équation sans second membre est donnée par la fonction

$$\varphi_0(\rho) = -\frac{p}{2(2.3\nu)}\,\frac{\rho}{(\delta-\rho^2)^2} \quad ,$$

soit pour la solution générale

$$\varphi(\rho) = \frac{P}{2(2-3\nu)} \left[ \lambda \varphi_1(\rho) - \frac{\rho}{(\delta-\rho^2)^2} \right] \qquad (4.8)$$

La constante $\lambda$ se détermine par la condition aux limites. La lentille étant appuyée sur les bords, le moment de flexion radial est nul sur la périphérie. Puisque $\mathcal{D}(1) \neq 0$ , il faut que

$$\left[ \frac{d\varphi}{d\rho} + \nu \frac{\varphi}{\rho} \right]_{\rho=1} = 0 ,$$

soit

$$\lambda = \frac{(\delta+1)+\nu(\delta-1)}{(\delta-1)^3} \frac{1}{\left[\frac{d\varphi_1}{d\rho} + \nu \frac{\varphi_1}{\rho}\right]_{\rho=1}} = \frac{\mu(\delta-1)+3}{(\delta-1)^3} \frac{1}{S} .$$

On établit dans chaque cas la valeur numérique du coefficient S :

$$S = \mu + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu+2n}{n+1} \frac{\mu-3n}{} \prod_{m=1}^{m=n} \frac{(m+3)(m-1)+\mu}{\delta m^2} .$$

Série qui converge pour toute lentille convergente $\delta = 1 + \alpha/\varpi$ , le cas limite étant celui de la lentille à bord tranchant $(\delta = 1)$ et qui converge pour des lentilles divergentes si $\delta = \alpha/\varpi < -1$ soit pour une lentille équiconcave ($R_1 = R_2$ , négatifs) la condition $H < -R$.

Ayant considéré pour le calcul d'élasticité, des paraboloïdes osculateurs comme première approximation de l'épaisseur, nous ne devons pas considérer les termes en $\rho^6$ pour l'expression de la déformation rapportée au sommet de la lentille :

$$Z(\rho) = -H \int \varphi(\rho)\, d\rho \quad \text{avec} \quad Z(0) = 0 ,$$

soit finalement pour les deux premiers termes

$$\begin{cases} Z(\rho) \simeq -\frac{3}{2}\frac{1-\nu^2}{2-3\nu}\frac{q}{E}\frac{1}{\varpi^3}\left[\left(\lambda-\frac{1}{\delta^2}\right)\rho^2+\left(\frac{3}{8}\frac{1+\nu}{\delta}\lambda-\frac{1}{\delta^3}\right)\rho^4\right] H , \\ 0\leqslant\rho\leqslant 1 , \quad 0<\nu<\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad |\delta|>1 . \end{cases} \tag{4-9}$$

Il est également nécessaire de connaître les contraintes radiales maximales

$$\sigma_{maxi} = 6\,\frac{M_r}{h_2} = \frac{1}{2(1-\nu^2)}\frac{h}{H}\left[\frac{d\varphi}{d\rho}+\nu\frac{\varphi}{\rho}\right] E .$$

Ces contraintes sont toujours maximales au centre

$$\sigma_{maxi}(0) = \frac{3}{2}\frac{1+\nu}{2-3\nu}\frac{1}{\varpi^2}\left(\lambda-\frac{1}{\delta^2}\right) q \;<\; \sigma_{Rupt.}$$

En laissant apparaître la charge $q$ comme paramètre libre, la déformation peut s'identifier à une quadrique:

$$Z_{Elas} = \left[\varpi_E\rho^2+(1+\varepsilon_E)\varpi_E^3\rho^4\right] H , \tag{4-10}$$

$$\begin{cases} \varpi_E = -\frac{3}{2}\frac{1-\nu^2}{2-3\nu}\frac{1}{E\varpi^3}\left(\lambda-\frac{1}{\delta^2}\right) q , \\ (1+\varepsilon_E)\varpi_E^3 = -\frac{3}{2}\frac{1-\nu^2}{2-3\nu}\frac{1}{E\varpi^3}\left(\frac{3}{8}\frac{1+\nu}{\delta}\lambda-\frac{1}{\delta^3}\right) q . \end{cases}$$

La platine servant à la taille du dioptre déformé est sphérique.

$$Z_\Sigma = \left[\varpi_\Sigma\rho^2+\varpi_\Sigma^3\rho^4\right] H , \tag{4-11}$$

Et la méridienne asphérique imposée par l'optique géométrique est supposée être une quadrique ($\varpi_0 = H/2R_0$):

$$Z_{opt} = \left[\varpi_0\rho^2+(1+\varepsilon_0)\varpi_0^3\rho^4\right] H .$$

Pour exécuter la déformation voulue, il faut écrire

$$Z_{Opt} - Z_{\Sigma} + Z_{Elas} = 0 \qquad (4.12)$$

soit après identification

$$\varpi_{\Sigma}^{3} - (1+\varepsilon_{E})\,\varpi_{E}^{3} = (1+\varepsilon_{o})(\varpi_{\Sigma} - \varpi_{E})^{3}$$

Il est certain que $\varpi_{\Sigma} \simeq \varpi_{o}$ puisque $\varpi_{\Sigma} \gg \varpi_{E}$ ; on vérifie que $\varpi_{\Sigma} / \varpi_{E} > 10^{2}$ pour des lentilles plus ouvertes que F/6. La valeur absolue de $\varepsilon_{E}$ doit donc être grande devant $\varepsilon_{o}$ pour pouvoir résoudre le problème, soit

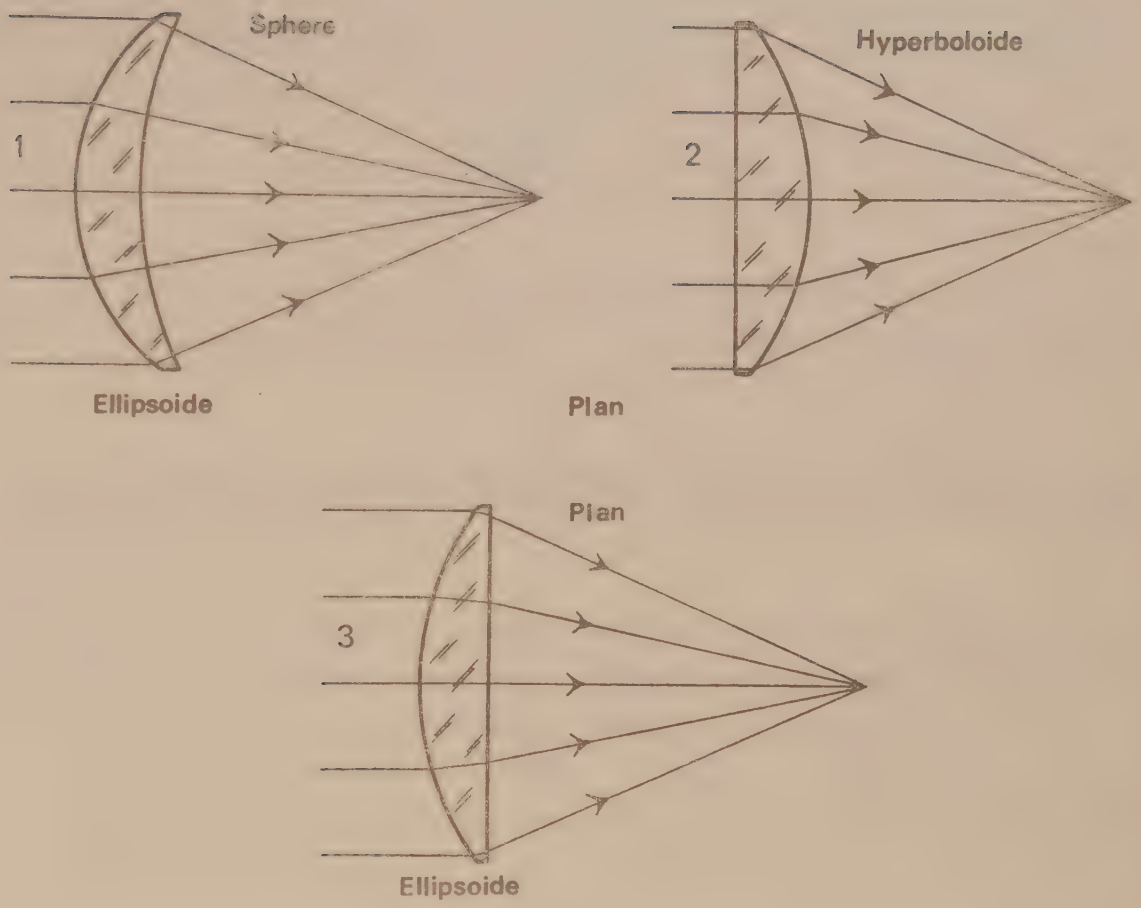
$$\frac{\varepsilon_{E}}{\varepsilon_{o}} = -\left(\frac{\varpi_{o}}{\varpi_{E}}\right)^{3} ,$$

et en considérant le deuxième terme de $Z_{Elas}$ , nous obtenons finalement

$$\frac{3}{2\varpi^{3}} \frac{1-\sigma^{2}}{2-3\sigma} \left(\frac{3}{8} \frac{1+\sigma}{\delta} \lambda - \frac{1}{\delta^{3}}\right) \frac{q}{E} = \varepsilon_{o} \varpi_{o}^{3} . \qquad (4.13)$$

## 2 - OPTIQUE GEOMETRIQUE - LENTILLE STIGMATIQUE POUR UN OBJET A L'INFINI.

Pour un objet à l'infini, les deux lentilles stigmatiques de Descartes (fig. 1 et 2), et la lentille stigmatique à face d'émergence plane (fig. 3) qui est proche de la lentille de moindre déformation et de celle de moindre coma, ont toutes trois un seul dioptre asphérique. Les coefficients de déformation indiquent la nécessité d'ajouter du verre sur les zones marginales dans les trois cas.




- Lentilles stigmatiques de Descartes (1et2) et convexo-plane (3) -

On considère plus particulièrement le cas de la lentille à face d'émergence plane ($R_2 = \infty$) . Soit $n$ l'indice de réfraction, $\alpha = \ell / H$ l'épaisseur réduite du bord et $\Omega$ le nombre de fermeture

$$\Omega = \frac{F}{D} = \frac{1}{n-1}\,\frac{R_1}{2H} = \frac{1}{4(n-1)}\,\frac{1}{\varpi_0}, \qquad \left(\varpi_0 = \frac{H}{2R_1}\right)$$

Le calcul du troisième ordre donne le coefficient de déformation du dioptre d'incidence, nécessaire à assurer le stigmatisme de la lentille convexo-plane

$$\varepsilon_0 = -\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n} + 2\,\frac{(n+1)(n-1)^4}{n^3}\,(\alpha + \varpi_0)\,\varpi_0$$

On considère des lentilles moins ouvertes que F/3 , soit $\varpi_o \leqslant 1/12(n-1) \simeq 1/6$ , et l'on suppose que l'épaisseur réduite au bord $\alpha$ est du même ordre de grandeur. La relation précédente se simplifie et donne alors la déformation

$$\varepsilon_o \simeq -\frac{n^3-2n^2+2}{n} \qquad (4-15)$$

à mieux que 1% dans le cas le plus défavorable (F/3) et quelque soit l'indice de réfraction ($n \geqslant 1,4$) . Pour $n=3/2$ on obtient $\varepsilon_o \simeq -7/12$.

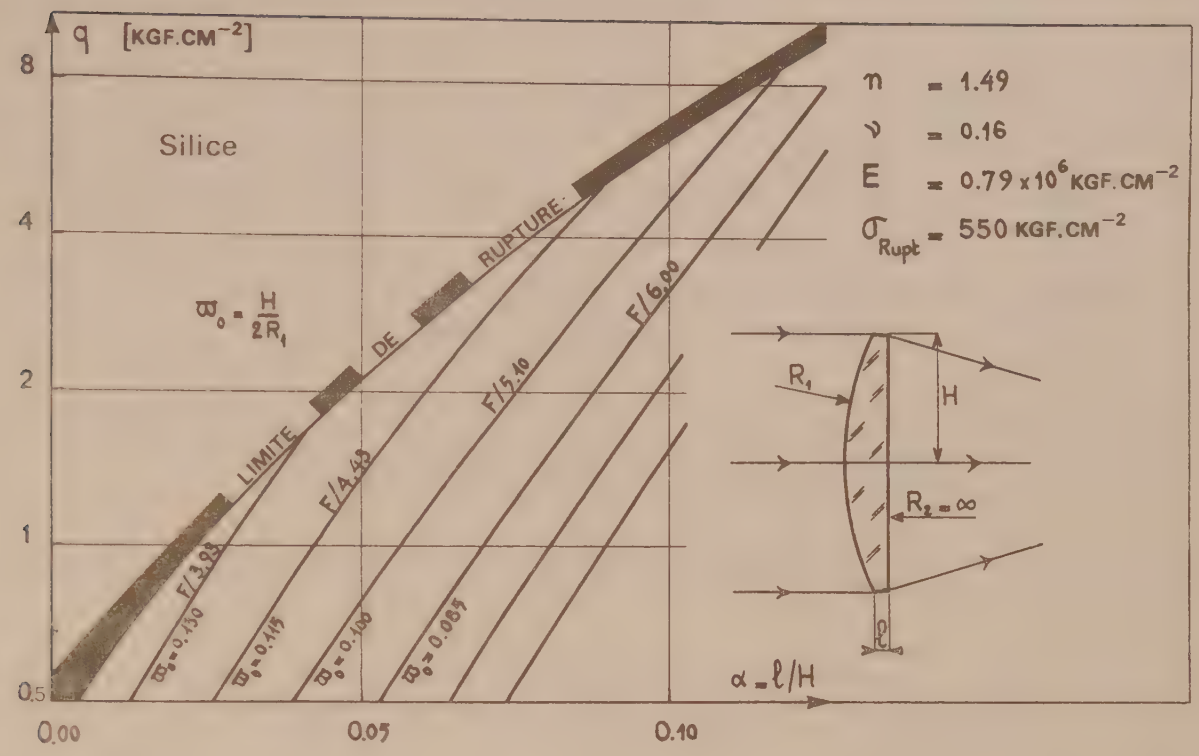
## 4 - GEOMETRIE DES LENTILLES MINCES CONVEXO-PLANES RENDUES STIGMATIQUES PAR ELASTICITE.

Dans le cas de la lentille convexo-plane on déforme élastiquement la face convexe au moyen d'une compression selon la configuration B. Nous avons donc avec une bonne approximation $\varpi \simeq \varpi_o \simeq \varpi_\Sigma \gg \varpi_E$ . Pour une lentille d'ouverture donnée, l'épaisseur réduite au bord $\alpha$ et la charge $q$ produisant la déformation sont donc les paramètres libres ; ils doivent être solution de la relation

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2}\,\dfrac{1-\nu^2}{2-3\nu}\left(\dfrac{3}{8}\,\dfrac{1+\nu}{\delta}\,\lambda - \dfrac{1}{\delta^3}\right)\dfrac{q}{E} = -\dfrac{n^3-2n^2+2}{n}\,\varpi_o^6 \qquad (4-16) \\ \lambda = \dfrac{\mu(\delta-1)+3}{(\delta-1)^3}\,\dfrac{1}{S}\,, \qquad S = \mu + \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{\mu+2n}{n+1}\,\dfrac{\mu-3n}{\delta n^2} \prod_{m=1}^{m=n} \dfrac{(m+3)(m-1)+\mu}{\delta m^2}\,, \\ \mu = \dfrac{3}{2}(1+\nu)\,, \quad \delta = 1+\dfrac{\alpha}{\varpi_o}\,, \quad \alpha = \dfrac{l}{H}\,, \quad \varpi_o = \dfrac{H}{2R_1}\,, \quad R_2 = \infty\,, \end{cases}$$

et les inégalités $1/20 \lesssim \varpi_o \lesssim 1/6$ , $\alpha > 0$ et $q > 0$.

La résolution de l'équation (4 - 16) et le calcul des contraintes maximales correspondantes, montrent qu'il est possible d'obtenir le stigmatisme pour des lentilles convexo-planes de silice moins ouvertes que F/3,6 sans risquer la rupture. Pour F/3,6 , les lentilles ont d'ailleurs pratiquement le bord tranchant ($\alpha \simeq 0$), d'où certaines difficultés pour réaliser un appui de géométrie convenable.




Réseau donnant l'épaisseur réduite au bord α et la charge déformante - q d'une lentille convexo-plane stigmatique de puissance donnée F/D.

Ces difficultés disparaissent pour des lentilles convexo-planes à F/4 ; valeur qu'il semble raisonnable de considérer comme une limite pratique si l'on ne déforme qu'une seule face.

Afin d'augmenter l'efficacité des correcteurs dioptriques utilisés au foyer Newton des télescopes paraboliques pour augmenter le champ, A. Baranne a montré que l'on pouvait utiliser un correcteur à trois lentilles, dont l'une d'elles comporte une surface asphérique. Etant placée du côté du foyer, cette lentille est de plus une lentille mince. On pourra donc envisager de la tailler par flexion.

Une autre application intéressante utiliserait une lentille déformée comme lentille collimatrice pour un spectrographe en montage Littrow au foyer primaire d'un télescope ; le champ de bonnes images est forcément petit (quelques degrés), mais suffisant pour l'étude des raies interstellaires.

# BIBLIOGRAPHIE

G.P. Bentley et G.H. Lovins, Brevet Américain n° 3210894 (1962).

S. Timoshenko et S. Woinowsky-Krieger, Théorie des plaques et coques, Edition Béranger (1961).

O. Pichler, Thèse "Die Biegung kreissymetrischer Platten von veränderlicher Dicke", Berlin (1928).

M. Born et E. Wolf, Pergamon Press, 4$^{ième}$ Edition, p.229 (1970).

H. Chrétien, Calcul des combinaisons optiques, Edition J. & R. Sennac, p. (1959).

A. Baranne, Thèse "Le télescope Ritchey-Chrétien de 3,50-m", Marseille (1965).

# CHAPITRE 5

## SUR LES LAMES CORRECTRICES DE SCHMIDT

### 1 - COMBINAISONS CATADIOPTRIQUES DE SCHMIDT

De nombreuses raisons expliquent le développement important que prennent actuellement les combinaisons catadioptriques de Schmidt dans leurs applications à la spectrographie, et à l'étude directe d'objets étendus.

Dans la famille des anastigmats à deux miroirs, le télescope de Schmidt est sans conteste l'instrument qui présente, avec le télescope de Couder à champ courbe, les meilleurs compromis entre la luminosité, l'encombrement général et l'obturation centrale. Le télescope de Schmidt a toutefois l'avantage sur ce dernier, de ne nécessiter qu'un seul miroir déformé. Ce miroir, purement du quatrième degré dans la série des anstigmats à deux miroirs, est remplacé, pour des raisons évidentes d'obturation, par une lame réfringente asphérique n'introduisant qu'un faible chromatisme. Pour les recherches en ultra-violet, la lame correctrice doit être très transparente donc peu épaisse, et nous verrons plus loin qu'il ne saurait en être autrement puisque l'élasticité impose aussi cette même condition. Dans les combinaisons de Bouwers et Maksutov, l'effet correcteur de la lentille respectivement concentrique ou afocale tient essentiellement à son épaisseur. De telles caméras sont donc nettement moins transparentes.

Les combinaisons anastigmates à trois miroirs de type Schmidt - Cassegrain procurent également, au détriment d'une obturation centrale un peu plus grande, quelques avantages : une meilleure accessibilité de la surface focale et la possibilité de rendre le champ plan en annulant la somme de Petzval et en déformant un deuxième dioptre. Ce type de caméra équipe par exemple les sondes Mariner.

Du point de vue historique, l'idée de corriger les aberrations d'un miroir sphérique à l'aide d'une lame réfringente revient à Kellner qui breveta ce dispositif en 1910. Schmidt présenta plus tard ce système comme pouvant être très ouvert et fut le premier à souligner l'importance de disposer la lame correctrice au centre de courbure du miroir bien que Kellner l'ait effectivement placée dans cette position sur le dessin de son brevet. Vers 1935 à l'Observatoire de Hambourg, Schmidt après quelques essais expérimentaux judicieusement interprétés résussit à tailler des lames correctrices déformées par élasticité.

## 2 - OPTIQUE GEOMETRIQUE

Sur l'axe et pour une longueur d'onde donnée, un miroir parabolique possède les mêmes propriétés qu'un miroir sphérique associé à une lame réfringente dont le prcfil d'épaisseur est tel qu'il introduit, sur l'onde plane incidente, un retard égal au double de l'écart séparant la parabole de sa sphère osculatrice. En disposant cette lame, purement divergente suivant la puissance quatrième de son rayon, au centre de ccurbure du mircir sphérique associé (dont l'aberration sphérique se trouve ainsi ccrrigée), on obtient alors au foyer axial des images aussi bonnes que celles formées par un simple miroir parabolique mais de champ beaucoup plus étendu. Pour d'autres longueurs d'onde, cette disposition laisse subsister une faible variation chromatique de l'aberration sphérique.

Si on se résoud à accepter les difficultés de réalisation d'une surface quelconque et en particulier d'une méridienne qui présente des points d'inflexion, on peut rendre ce chromatisme minimal et obtenir une correction presque parfaite de l'aberration sphérique, même pour des ouvertures relatives énormes (de l'ordre de l'unité) avec des correctrices très minces et de puissance moyenne très faible. Kerber suggère dans son mémoire de 1886 de faire la correction chromatique pour la zone de puissance nulle $H\sqrt{3}/2$ (2H étant l'ouverture de l'objectif). Cela revient à dire que pour une couleur différente de la couleur efficace, le chromatisme est maximal pour les zones H/2 et H et que les déviations correspondantes sont égales

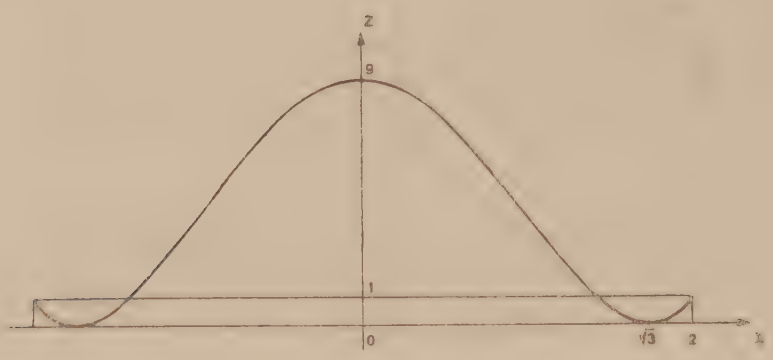
et opposées. Dans ce cas, si l'on se place dans le plan de l'image en lumière efficace, les couleurs extrêmes -issues d'une même variation d'indice - produisent des taches confondues et constituent le cercle de moindre aberration.

Soit $R$ le rayon de courbure du miroir, H la hauteur pupillaire, $n$ l'indice de réfraction de la lame pour la couleur efficace et $r$ la hauteur du rayon considéré, le sommet de la lame coincide avec le centre de courbure du miroir et le foyer de l'ensemble correspond à celui de Kerber du miroir employé seul. Posons $\Omega = R/4H = F/D$, nombre de fermeture de la combinaison, et posons également $\rho = r/H$, hauteur réduite. Si nous supposons $\Omega^2 \gg 2$, nous ne faisons dans le cas le plus défavorable qu'une faible erreur en écrivant que la méridienne de la lame a pour expression

$$\left\{ \quad Z_{Sch} = \frac{1}{4^4 (n-1) \Omega^3} \left[ \frac{3}{2} \rho^2 - \rho^4 \right] H \qquad (5_1) \right.$$

$$0 \leq \rho \leq 1$$

Dans la théorie du troisième ordre, ce polynome est appelé méridienne de Kerber



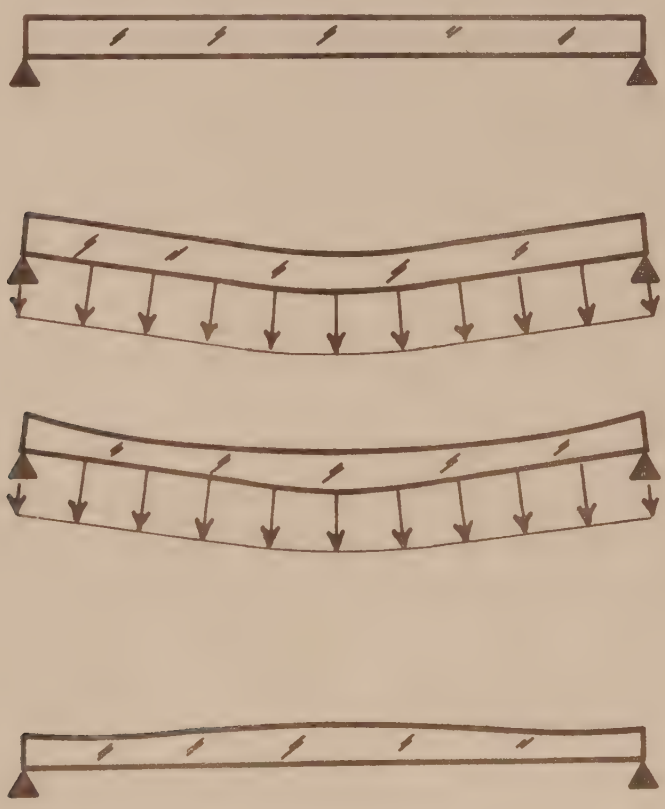

- Méridienne de Kerber -

## 3 - ELASTICITE

### 3.1 - LA METHODE DE SCHMIDT.

On rappelle tout d'abord le principe de la méthode mise au point expérimentalement par B. Schmidt et qui lui permit d'exécuter vers 1940 une correctrice de 30 cm , F/1,75. A. Couder (1940) en donna la résolution théorique ainsi que E. Everhart (1966) qui l'appliqua pour réaliser la lame de 29 cm d'un télescope de Wright, F/5. Elle fut également étudiée et appliquée par B.A.J. Clark et R.E. Cox. Enfin F. Cooke l'utilisa récemment pour le télescope de Schmidt de 53 cm du Museum des Sciences de Springfield.

La périphérie d'une lame plane et d'épaisseur constante $h$ est disposée sur les bords d'une cuvette tournante. Les deux surfaces en contact ayant été dressées optiquement au préalable, on établit dans l'enceinte ainsi refermée une pression partielle $p$ . Si $p_0$ est la pression atmosphérique, la lame en appui sur ses bords est soumise à la charge uniforme $q = p_0 - p$ .



- Schéma de principe de la méthode de Schmidt -

Elle se déforme élastiquement et l'équation de sa déformation s'écrit à une constante près

$$\begin{cases} Z_{Elac} = \dfrac{3(1-\nu^2)}{16}\,\dfrac{q}{E}\left(\dfrac{H}{R}\right)^3\left[2\,\dfrac{3+\nu}{1+\nu}\,\rho^2 - \rho^4\right].H \\ 0 \leq \rho \leq 1 , \end{cases} \qquad (5.2)$$

où $E$ et $\nu$ sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du verre utilisé.

On taille alors la surface accessible de la lame à l'aide d'une platine sphérique convexe. Soit $R_p$ son rayon de courbure, en posant $\varpi = H/2R_p$, l'équation de sa surface ramenée au plan tangent est

$$\begin{cases} Z_\Sigma = \varpi\left[\rho^2 + \varpi^2\rho^4\right].H \\ 0 \leq \rho \leq 1 . \end{cases} \qquad (5.3)$$

Si l'on fait maintenant disparaître la charge, la surface arrière de la lame redevient plane et la surface venant d'être taillée prend une forme asphérique. On a également avantage à tailler l'autre face de la même manière. Le coefficient des termes en $\rho^2$ étant tous trois positifs dans les équations (1), (2) et (3), le profil Schmidt - Kerber sera obtenu si l'on a

$$Z_{Sch} + k\,(Z_\Sigma - Z_{Elac}) = 0 , \qquad (5.4)$$

$k$ prenant les valeurs entières 1 ou 2 pour respectivement une ou deux faces déformées. Les grandeurs $R_p$ et $h$ sont obtenues en identifiant les coefficients des termes en $\rho^2$ et $\rho^4$ de l'équation (4). On aboutit à une équation du troisième degré pour $\varpi$

$$4^5\,\frac{3+\nu}{1+\nu}\,\varpi^3 + 4^5\,\frac{1}{2}\,\varpi - \frac{9+\nu}{1+\nu}\,\frac{1}{k(m-1)\Omega^3} = 0 ,$$

qui a toujours une seule racine réelle, positive et très inférieure à l'unité puisque $\Omega^2 \geqslant 2$ ; en conséquence $\varpi^3$ est négligeable (5.4).

Ceci revient à dire que le coefficient en $\rho^4$ du développement de la sphère de polissage est beaucoup plus petit que celui de la déformation élastique.

Puisque $R = 8\varpi\Omega R_p$, le rayon de l'outil sphérique peut s'exprimer en fonction du rayon $R$ du miroir ou de la hauteur $H$ de la pupille

$$R_p = 4^3 k \frac{1+\nu}{9+\nu}(n-1)\Omega^2 . R = 4^4 k \frac{1+\nu}{9+\nu}(n-1)\Omega^3 . H \qquad (5)$$

Si par exemple, $\nu = 1/5$ et $n = 3/2$ en taillant les deux faces $k = 2$ nous obtenons $R_p = 8,348\,\Omega^2 . R$. Connaissant $\varpi$, il vient pour l'épaisseur de la lame

$$h = \left[\frac{3}{4} k (1-\nu^2)(n-1)\frac{q}{E}\right]^{1/3} . R = 2\left[6 k (1-\nu^2)(n-1)\frac{q}{E}\right]^{1/3} \Omega . H \qquad (6)$$

Les relations (5) et (6) définissent complètement les conditions d'exécution. Les contraintes de traction radiale et tangentielle sont maximales au centre, et ont toutes deux pour expression

$$\sigma_{maxi} = \frac{3}{8}(3+\nu)\left(\frac{H}{h}\right)^2 q$$

Elles doivent être inférieures à la contrainte de rupture. En utilisant l'équation (6) on obtient la limitation physique de cette méthode :

$$\Omega^2 > \frac{3+\nu}{4^3}\left[\frac{6}{(1-\nu^2)^2(n-1)^2 k^2}\,\frac{qE^2}{\sigma_{rupt}^3}\right]^{1/3}$$

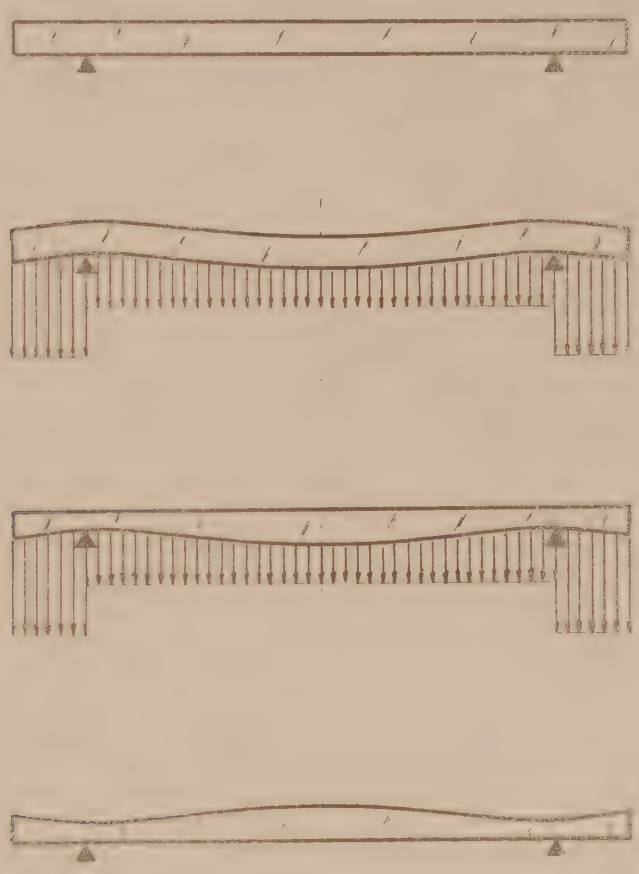
$n$, $\nu$, $E$ et $\sigma_{rupt}$ étant des constantes physiques ne variant que très faiblement avec la température, on ne peut agir que sur $k$ et $q$ pour obtenir de grandes déformations. Dans ce cas, la déformation sur les deux faces ($k = 2$) est évidemment préférable ainsi qu'une faible charge (vide partiel). A déformation égale, le rapport $H/h$ reste constant et l'épaisseur de la lame décroît moins vite que la charge, mais il faut toutefois préciser que le profil obtenu s'écarte d'autant plus du profil théorique que les variations d'épaisseur deviennent grandes devant l'épaisseur moyenne.

Cette méthode, bien que présentant l'avantage du surfaçage pleine taille, soulève quelques difficultés lorsqu'il s'agit de réussir impérativement un appui sur les bords ayant une précision de révolution supérieure à 0,1 µm.

3.2 - UNE NOUVELLE METHODE

Il est possible de trouver une autre configuration de charges et d'appuis produisant la déformation élastique directement affine au profil de l'onde à corriger. L'avantage essentiel par rapport à la précédente méthode est que la géométrie du profil est indépendante de l'épaisseur ou de la charge quelque soit l'amplitude de la déformation à exécuter.

La nouvelle méthode ne nécessite qu'une taille plane et s'applique également à des disques d'épaisseur constante. Le disque de rayon $r_2$ est placé en appui sur une circonférence centrée de rayon $r_1$ qui sépare sa surface en deux zones. On exerce une charge $p_1$ dans la



- Schéma de principe de la nouvelle méthode -

zone 1 intérieure à $r_1$ et une charge $p_2$ dans la zone 2 extérieure à $r_1$. Le disque se déforme sous cette action et est maintenu constamment dans cet état pendant la durée nécessaire à la taille. Un anneau périphérique rapporté sur le support de la lame permet de centrer convenablement cette dernière sur l'appui et d'assurer l'étanchéité. Ce joint glissant ne doit exercer que des efforts négligeables laissant le bord libre de se mouvoir transversalement.

L'équation différentielle relative aux faibles déformations $w$ d'une plaque mince d'épaisseur constante est celle de Lagrange

$$\mathcal{D}.\nabla^2(\nabla^2 w) - p = 0 , \qquad \text{avec } \mathcal{D} = E h^3/12(1-\nu^2) .$$

$\mathcal{D}$ est une constante appelée rigidité de la plaque à la flexion, et $p$ sont les charges qui déforment la plaque. Compte tenu de la symétrie de révolution, nous utilisons l'opérateur Laplacien en coordonnées cylindriques :

$$\nabla^2 . = \frac{\partial^2}{\partial r^2} . + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} . = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial}{\partial r} .\right)$$

En prenant les grandeurs réduites suivantes :

$$\rho = \frac{r}{r_1} \qquad \text{et} \qquad Z = \frac{64\mathcal{D}}{r_1^4 p_0} w ,$$

$p_0$ étant une constante (pression ambiante) et

$$\Delta . = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\rho \frac{\partial}{\partial \rho} .\right]$$

comme opérateur réduit, nous avons $\nabla^2 . = \frac{1}{r_1^2}\Delta .$ , et l'équation (7) s'écrit

$$\Delta(\Delta Z) - 64\, p/p_0 = 0 \qquad (5,8$$

L'intégration de (8) nous donne

$$Z - \frac{p}{p_0}\rho^4 + C_I \rho^2 \ln\rho + (C_{II} - C_I)\rho^2 + C_{III} \ln\rho + C_{IV} = 0$$

Il faut donc considérer deux groupes de constantes $C_I, C_{II}, C_{III}, C_{IV}$. Les valeurs particulières qu'elles prennent pour chaque zone sont

obtenues en écrivant les conditions aux limites et les conditions de continuité.

Conditions aux limites :

$$\rho = 0 \begin{cases} \dfrac{\partial Z_1}{\partial \rho} = 0, & \text{pente nulle au centre,} \\ \dfrac{\partial}{\partial \rho} \Delta Z_1 = 0, & \text{effort tranchant nul au centre,} \end{cases}$$

$$\rho = \rho_2 \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial \rho} \Delta Z_2 = 0, & \text{effort tranchant nul au bord,} \\ \dfrac{\partial Z_2}{\partial \rho^2} + \dfrac{\nu}{\rho} \dfrac{\partial Z_2}{\partial \rho} = 0, & \text{moment de flexion radial nul au bord.} \end{cases}$$

Conditions de continuité :

$$\rho = 1 \begin{cases} Z_1 = 0, & \text{origine des déplacements,} \\ Z_2 = 0, & \text{origine des déplacements,} \\ \dfrac{\partial Z_1}{\partial \rho} = \dfrac{\partial Z_2}{\partial \rho}, & \text{continuité des pentes,} \\ \dfrac{\partial^2 Z_1}{\partial \rho^2} = \dfrac{\partial^2 Z_2}{\partial \rho^2}, & \text{continuité du moment de flexion radial.} \end{cases}$$

Les deux premières conditions $(\rho = 0)$ annulent les constantes $C_I$ et $C_{II}$, ce qui entraîne une forme bicarrée de $Z$ pour la zone 1.

Les charges $p_1$ et $p_2$ appliquées sur la lame étant constantes, nous pouvons donc les caractériser par les paramètres sans dimension respectifs :

$$q_1 = p_1 / p_0 \quad \text{et} \quad q_2 = p_2 / p_0$$

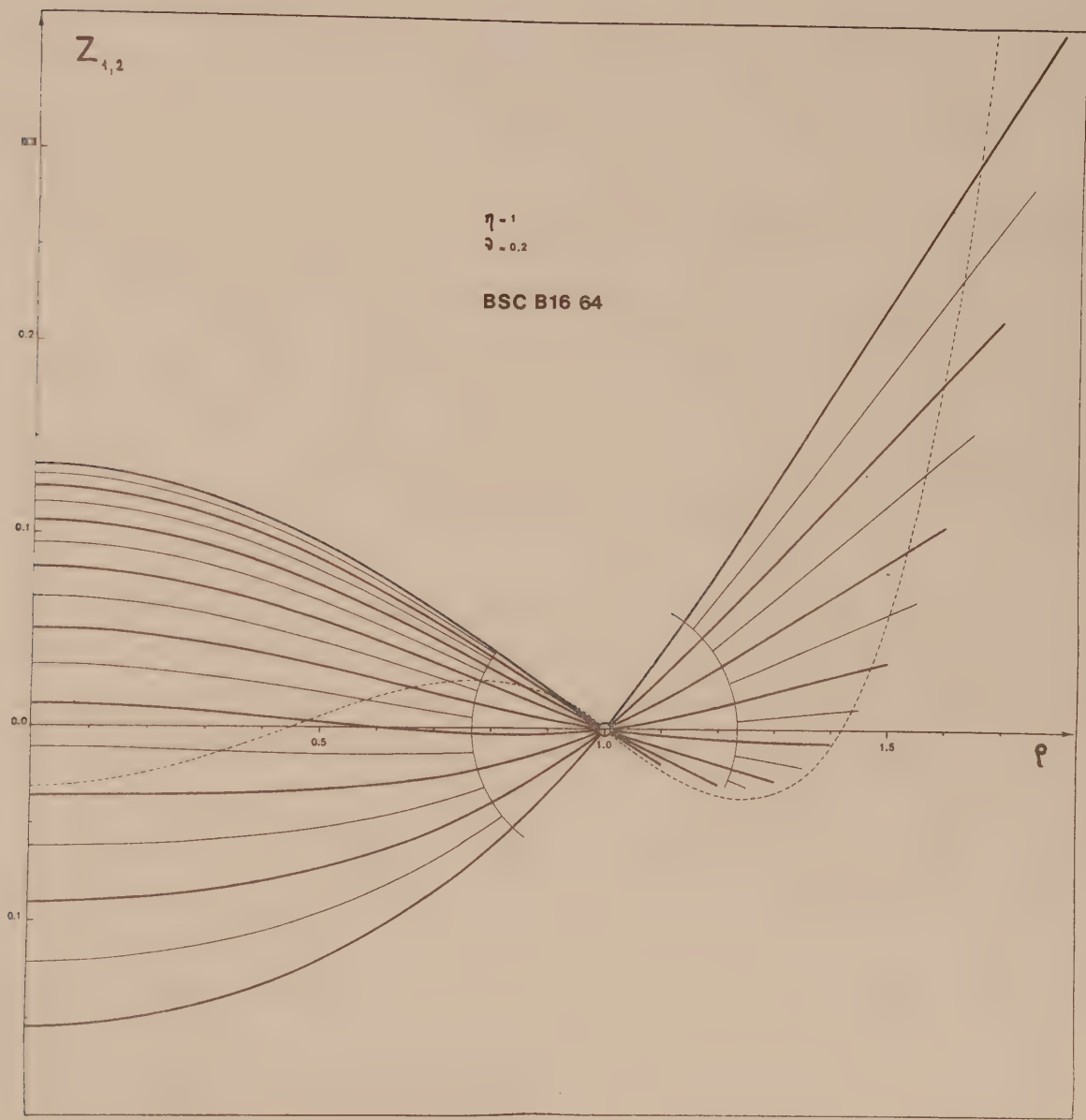
Les déplacements s'écrivent alors :

ZONE 1

$$\begin{cases} Z_1(\rho) = q_1\rho^4 + X_1\rho^2 + X_2 \\ 0 \leq \rho \leq 1 \end{cases} \qquad (5_10,1)$$

ZONE 2

$$\begin{cases} Z_2(\rho) = q_2\rho^4 + X_3\rho^2\ln\rho + (X_4 - X_3)\rho^2 + X_5\ln\rho + X_6 \\ 1 \leq \rho \leq \rho_2 \end{cases} \qquad (5_10,2)$$




- Profil des flexions engendrées pour différentes valeurs de $\rho_2$ - avec $\eta = 1$ et $\vartheta = 1/5$.

Les six constantes $X_1 \ldots X_6$ dépendent de trois paramètres : $\vartheta$ coefficient de Poisson, $\rho_2 = r_2/r_1$ et $\eta = q_2/q_1$ qui déterminent le profil géométrique des déformations. La figure représente le réseau $Z_1$ et $Z_2$ noté $Z_{1,2}$ pour différentes valeurs de $\rho_2$ avec $\vartheta = 1/5$ et $\eta = 1$. Le coefficient de Poisson étant imposé par la nature du verre, on trouve une infinité de couples $(\rho_2, \eta)$ qui répondent formellement, pour la zone 1, à la méridienne de Kerber.

En procédant par une taille plane, on élimine ainsi l'inconvénient que produit la taille sphérique de la méthode de Schmidt : La géométrie des profils obtenus est toujours de Kerber quelque soit l'épaisseur. Le choix de différentes épaisseurs permet au contraire de réaliser des correctrices pour différents rapports d'ouverture du miroir, sans rien changer au rapport $\eta$ des charges et à l'appareillage d'exécution. Il est d'ailleurs toujours préférable de redéterminer la courbure du miroir(qui sera réalisé ultérieurement) en mesurant avec la meilleure précision l'amplitude des déformations obtenues sur la lame terminée.

La recherche des couples $(\rho_2, \eta)$ donnant des méridiennes de Kerber a été faite pour $0 < \vartheta < \frac{1}{2}$.

- Premier cas : $\eta = 1$. - La surface de la zone 2 est maximale.

- Deuxième cas : $\eta > 1$. - La surface de la zone 2 diminue et le cas limite où $\eta$ devient infini qui annulerait cette dernière, entraîne pour la plaque une épaisseur nulle, ce qui exclut toute application. On choisira donc, à fortiori, le compromis $3 \leq \eta \leq 6$ pour des lames de grande dimension.

Pour chaque couple $(\rho_2, \eta)$ donnant une solution de Kerber, il est nécessaire de savoir comment évoluent les contraintes maximales le long d'un rayon, afin de pouvoir les comparer à la contrainte de rupture. Le moment de flexion radial a pour expression :

$$\mathcal{M}_r = \mathcal{D}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\vartheta}{r}\frac{\partial w}{\partial r}\right) = \frac{1}{64} r_1^2 p_0 \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial \rho^2} + \frac{\vartheta}{\rho}\frac{\partial Z}{\partial \rho}\right)$$

En posant $M(\rho)$, moment de flexion radial réduit tel que

$$\mathcal{M}_r = \frac{1}{64} r_1^2 p_0 \cdot M(\rho)$$

nous obtenons :

ZONE 1
$$\begin{cases} M_1(\rho) = 4(3+\nu)\, q_1 \rho^2 + 2(1+\nu) X_1 , \\ 0 \leq \rho < 1 \end{cases} \qquad (5_12,1)$$

ZONE 2
$$\begin{cases} M_2(\rho) = 4(3+\nu)\, q_2 \rho^2 + 2(1+\nu) X_3 \ln\rho + 2(1+\nu) X_4 + (1-\nu) X_5 - (1-\nu) X_5/\rho^2 \\ 1 \leq \rho \leq \rho_2 \end{cases} \qquad (5_12,2)$$

ainsi que les contraintes maximales correspondantes

$$\left[\sigma_{1,2}(\rho)\right]_{maxi} = \frac{3}{32}\left(\frac{r_1}{h}\right)^2 . M_{1,2}(\rho) .$$

Pour des verres BSC B16 64, le calcul donne la rupture pour un nombre de fermeture $\Omega_1 = 1,40$ si l'on déforme une face, ou à $\Omega_2 = 1,10$ si l'on déforme les deux faces. Il a été obtenu des lames de silice fondue corrigeant les aberrations d'une combinaison à F/1 ce qui représente l'extrême limite des possibilités pour des verres classiques de petite dimension.

## 4 - EXPERIMENTATION

Dans un premier temps il est préférable de pouvoir disposer d'une petite éprouvette de même verre. Cet échantillon sera détruit lors d'un essai préliminaire permettant de mesurer ou de vérifier le module d'Young et la contrainte de rupture à la traction. On peut utiliser à cet effet un disque en appui sur ses bords, dont l'épaisseur est telle, que l'on soit assuré de la rupture sous une charge inférieure ou égale à une atmosphère. En chargeant progressivement la plaque, une première mesure de la pression $q$ et de la flèche au centre $a$ nous donne le module d'Young

$$E = \frac{3}{16}(5+\nu)(1-\nu)\frac{H^4}{a h^3}(p_0 - q) , \qquad 5_13$$

et en augmentant la charge une deuxième mesure de pression avant la rupture nous fournit la contrainte correspondante

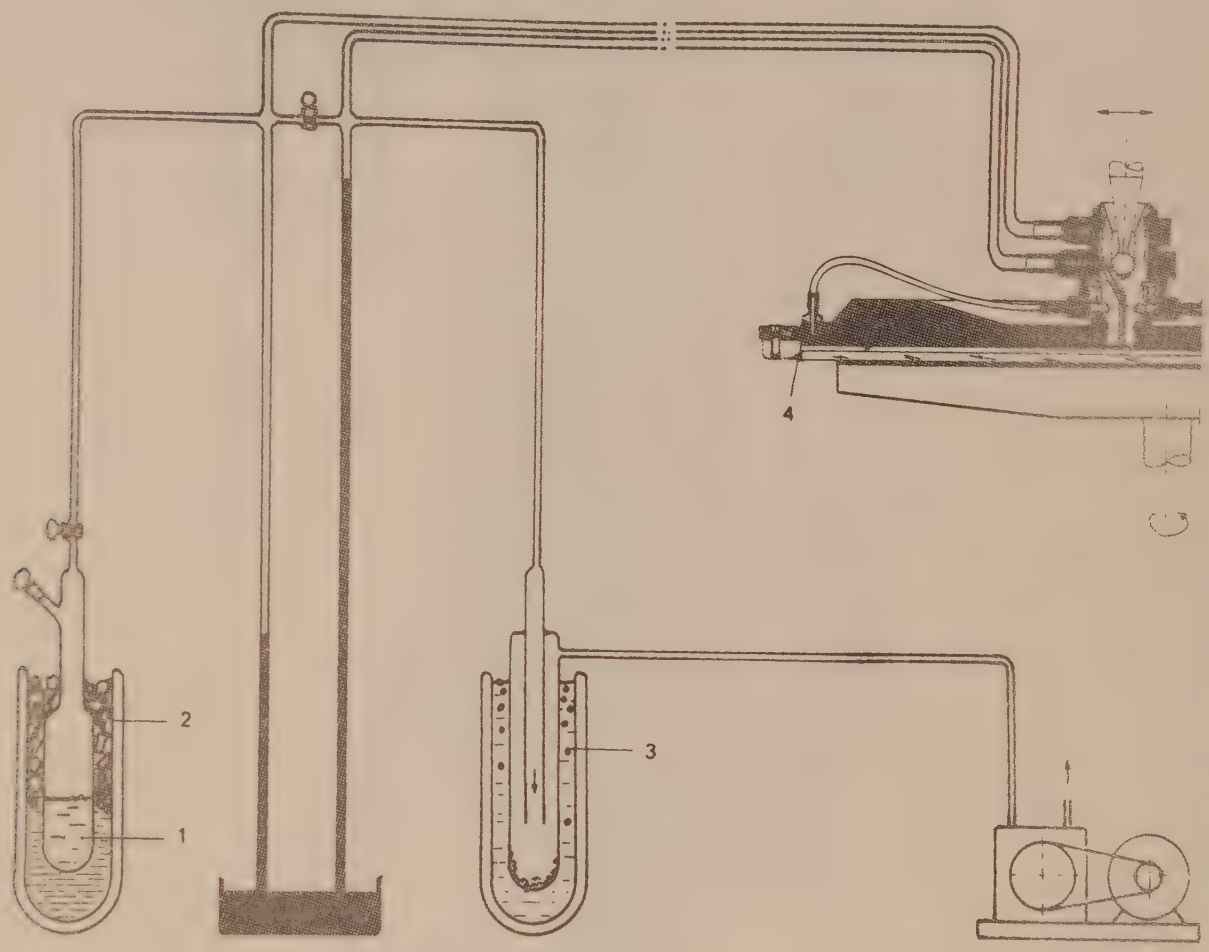
$$\sigma_{rupt} = \frac{3}{8}(3+\nu)\left(\frac{H}{h}\right)^2 (p_0 - q_{rupt}) \cdot \qquad (5_14)$$

- Figure de rupture d'un échantillon de - silice en appui sur sa périphérie

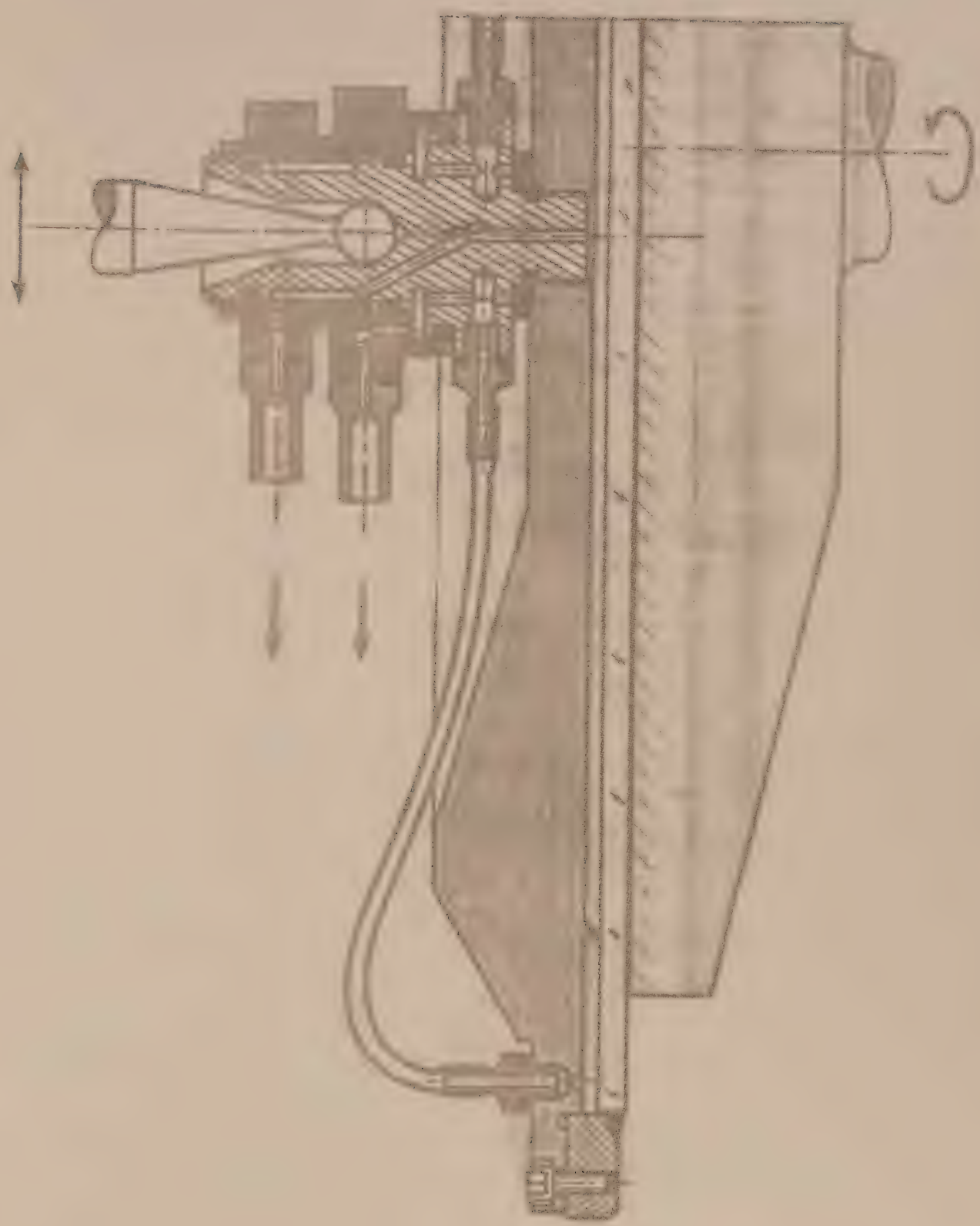
La figure précédente représente un echantillon de silice fondue brisé de cette façon. On remarquera l'excellente homognénéité liée à la symétrie de la figure de rupture.

Il est nécessaire de souligner ici qu'un important phénomène de relaxation, ne constituant nullement par ailleurs un obstacle à la méthode, est à prendre en considération lorsque l'on effectue les deux mesures précédentes pour des lames de grande dimension. Il peut en effet exister pour les borosilicates B16-64 recuit fin astronomique des différences très importantes 20 à 30 % entre la flèche instantanée et la flèche stabilisée ; les délais de relaxation pouvant atteindre plusieurs heures. On constate également, un effet de peau

(tension superficielle) lié à la granularité de la surface. Des variations de 15 à 20 % sur la flèche apparaissent entre la surface ébauchée et la même surface polie. Ces variations sont équivalentes à une augmentation du module d'Young lorsque l'on affine l'état de surface du dioptre, et l'on peut donc dire que le polissage augmente la rigidité du verre. Ce dernier phénomène n'est également pas un obstacle à la méthode, mais donne un argument supplémentaire pour tailler le miroir après avoir terminé la lame correctrice.




- Dispositif de mise en charge indiquant le liquide en équilibre - avec sa pression de vapeur (1) dans la glace fondante (2), un condenseur à air liquide (3) protégeant la pompe à vide, et le joint étanche et glissant (4) monté sur le bord de la lame.



Lorsque $\eta \neq 1$ le dispositif de mise en charge peut être constitué (figure précédente) par une première enceinte où règne constamment dans la zone 1 la pression de vapeur saturante d'un liquide à 0°C , un vide primaire étant maintenu dans la zone 2. De faibles variations de pression (fuites) ou de température (échauffement du polissage) dans la zone 1 sont ainsi immédiatement compensées par l'ébullition d'une partie du liquide . Il est nécessaire de disposer un point froid avant la pompe pour la protéger d'une communication éventuelle des deux zones (appui) et surtout pour purger la zone 1 au début. Le recensement des liquides pouvant être retenus a été fait dans un recueil de constantes physiques en utilisant la formule de Dupré.

$$\log p = \alpha - \frac{\beta}{T} - \gamma \log T$$

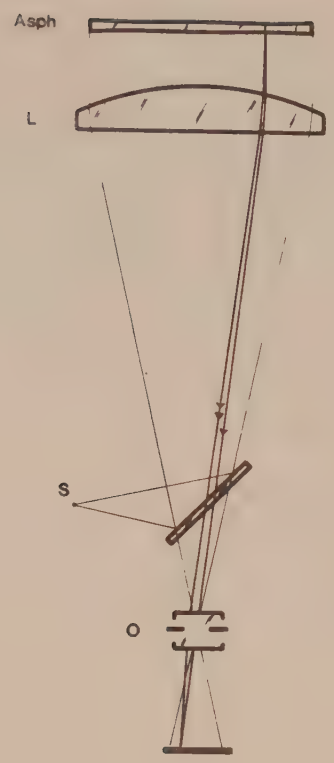
| Formula | Designation UIC | $p$ (mm Hg) | $\eta^a$ |
|---|---|---|---|
| $C_2H_4O$ | Ethane,1,2-epoxy | 494.3 | 2.86 |
| $C_4H_2$ | Butadiyne | 518.2 | 3.15 |
| $CHCl_2F$ | Methane, dichloro-fluoro | 524.8 | 3.23 |
| $C_5H_{12}$ | Propane,2,2-dimethyl | 529.4 | 3.29 |
| $C_4H_6$ | 1-Butyne | 537.2 | 3.41 |
| $CH_5ClSi$ | Silane, chloromethyl | 549.3 | 3.60 |
| $COCl_2$ | Carbonyl, chloride | 550.6 | 3.63 |
| $C_2H_7N$ | Amine, dimethyl | 555.2 | 3.71 |
| $C_3H_8O$ | Ether, ethyl-methyl | 561.8 | 3.83 |
| $CH_4S$ | Methanethiol | 569.7 | 3.99 |
| $C_3O_2$ | Propadiene,1,3-dioxo | 588.4 | 4.46 |
| $C_4H_4$ | 1-Buten-3-yne | 617.2 | 5.32 |
| $IF_7$ | Iodine heptafluorine | 619.7 | 5.42 |
| $CH_3Br$ | Methane,bromo | 659.8 | 7.58 |

[a] $\eta = q_2/q_1 = p_0/(p_0 - p)$, $p_0 = 760$ mm Hg.

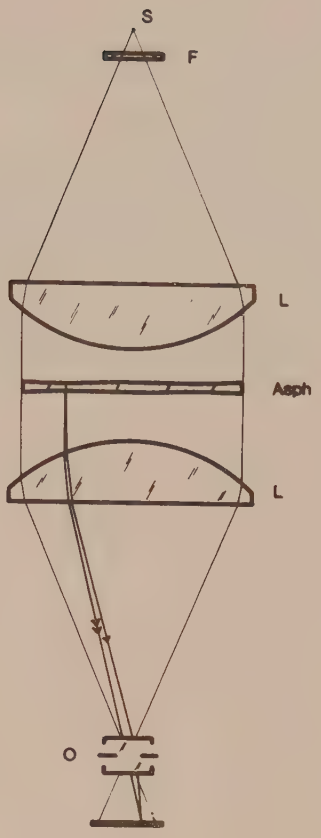
- Pression de vapeur saturante de quelques composés à 273 K -

## 5 - RESULTATS

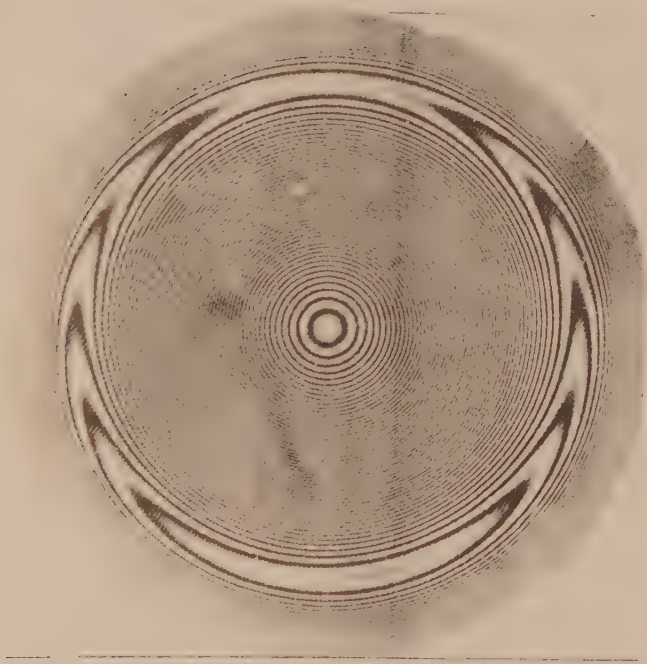
Les montages 1 et 2 de la figure qui suit permettent d'obtenir aisément les franges d'égale épaisseur provenant des faces avant et arrière de la lame elle-même. Dans le montage 1, il est nécessaire de semi-aluminier les deux faces pour augmenter le contraste, ce qui donne des franges très fines. La source utilisée dans le montage 2

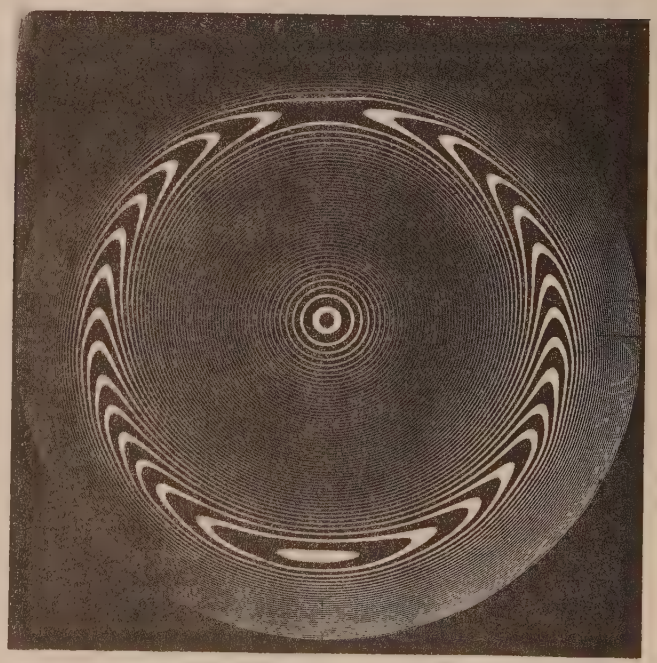



2




1





- Interférogrammes de Fizeau par transmission (1) et par réflexion (2) -

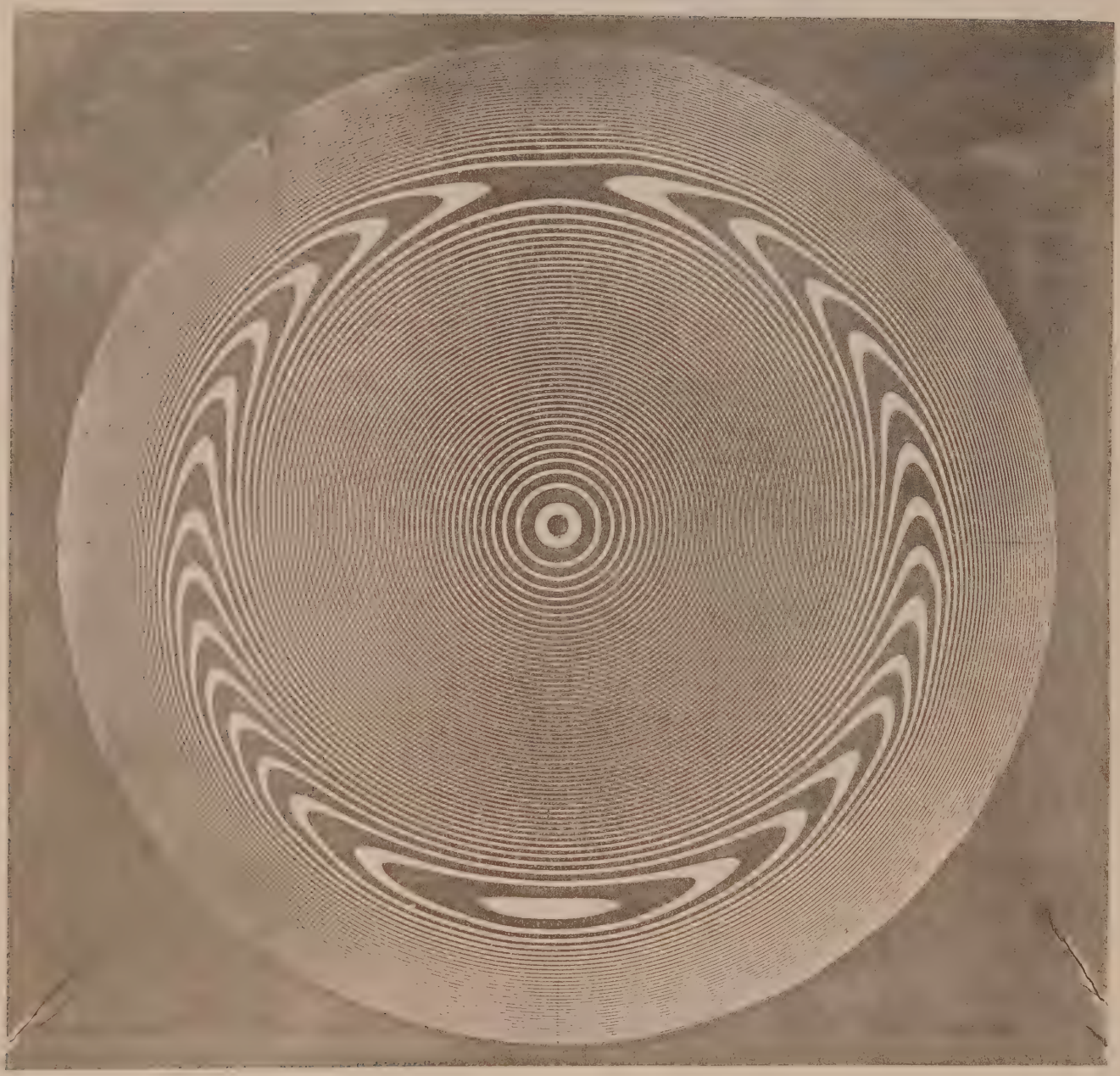
(interféromètre de Fizeau) est un laser He-Ne. Ces deux montages fournissent une excellente précision de lecture puisqu'un interfrange représente une déformation $2n/(n-1)$ fois plus grande que l'onde tombant sur le miroir. Le petit prisme qui subsiste dans la lame et se superpose au profil de Kerber, est bien trop faible pour donner naissance à un chromatisme décelable, mais provoque simplement une légère roatation du champ. En appelant $\Delta n$ la variation d'indice de la lame dans le domaine de longueur d'onde utilisé, et $\delta_{prisme}$ le nombre de franges prismatiques relevées sur la zone de Kerber de l'interférogramme de Fizeau, il faudra toutefois vérifier que pour un télescope photographique

$$\delta_{prisme} \leq 2\sqrt{3}\,\frac{m}{\Delta n}\,\frac{H}{\lambda}\,\Delta\alpha \quad ,$$

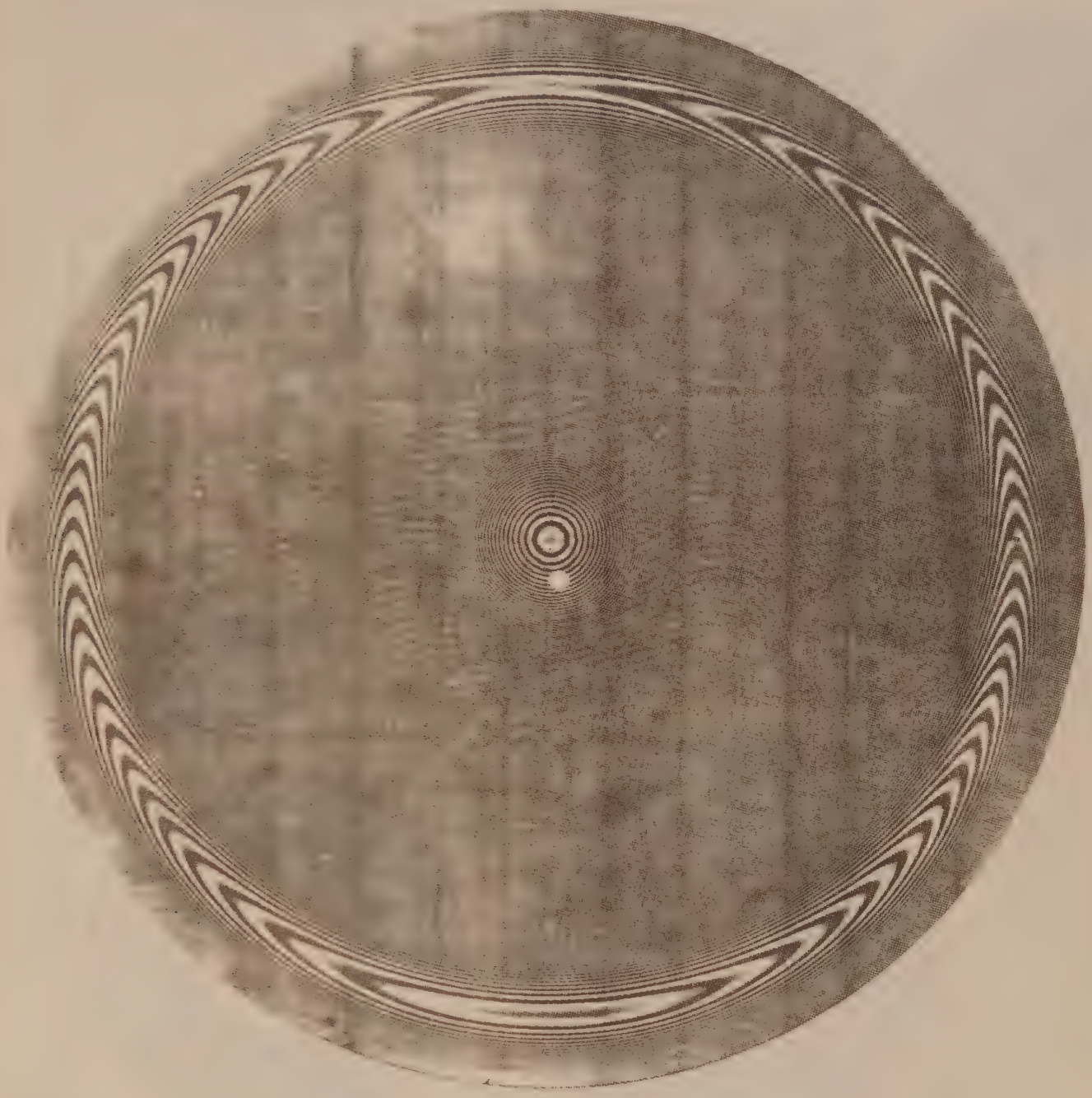
où $\Delta\alpha$, spectre de dispersion produit par le prisme, doit être une fraction négligeable de la turbulence atmosphérique ( $\Delta\alpha = 0,1''$ par exemple). Une telle valeur est en pratique atteinte sans difficulté.

En dehors de l'avantage d'une continuité de déformation identique à celle des profils sphériques, l'élasticité des dioptres donne, pour des faibles épaisseurs et au prix d'une faible complication de mise en oeuvre, des correctrices ou lentilles asphériques très déformées (F/1) dont le délai d'exécution est du même ordre de grandeur que celui des lentilles sphériques. Bien que cette méthode ait permis de réaliser des progrès très réels pour des dioptres de petite et moyenne ouverture, elle a été essentiellement conçue pour obtenir des lames de grande ouverture. La déformation des deux faces est avantageuse et dans le cas où cela est nécessaire, les deux dépressions calculées peuvent être corrigées de manière à annuler rigoureusement les flexions dues au poids propre. Il est possible d'obtenir de nombreux profils différents, et d'augmenter encore la précision des déformations, en disposant d'un local où règne une pression ambiante de plusieurs atmosphères.

En dehors des télescopes à grand champ, les correctrices de Schmidt sont très largement utilisées dans des spectrographes très ouverts pour l'étude des astres de faible luminosité (Hendrix 1939 et Gascoigne 1973). De récentes réalisations sur les caméras électronographiques utilisent également des spectrographes de Schmidt.

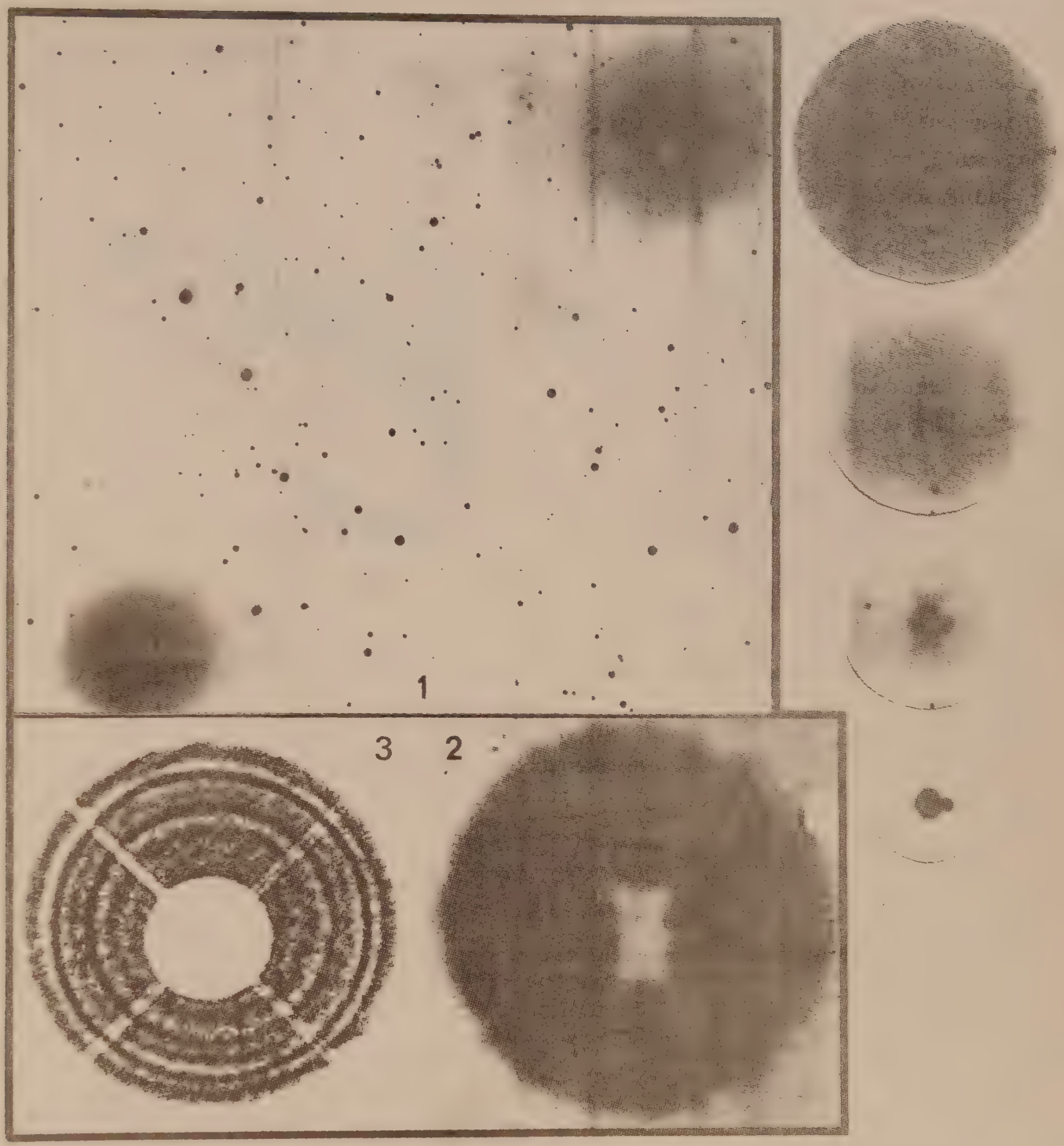


LAME DE SCHMIDT-KERBER DE 50-CM D'OUVERTURE DU TELESCOPE F/2.7 DE L'OBSERVATOIRE DE LYON

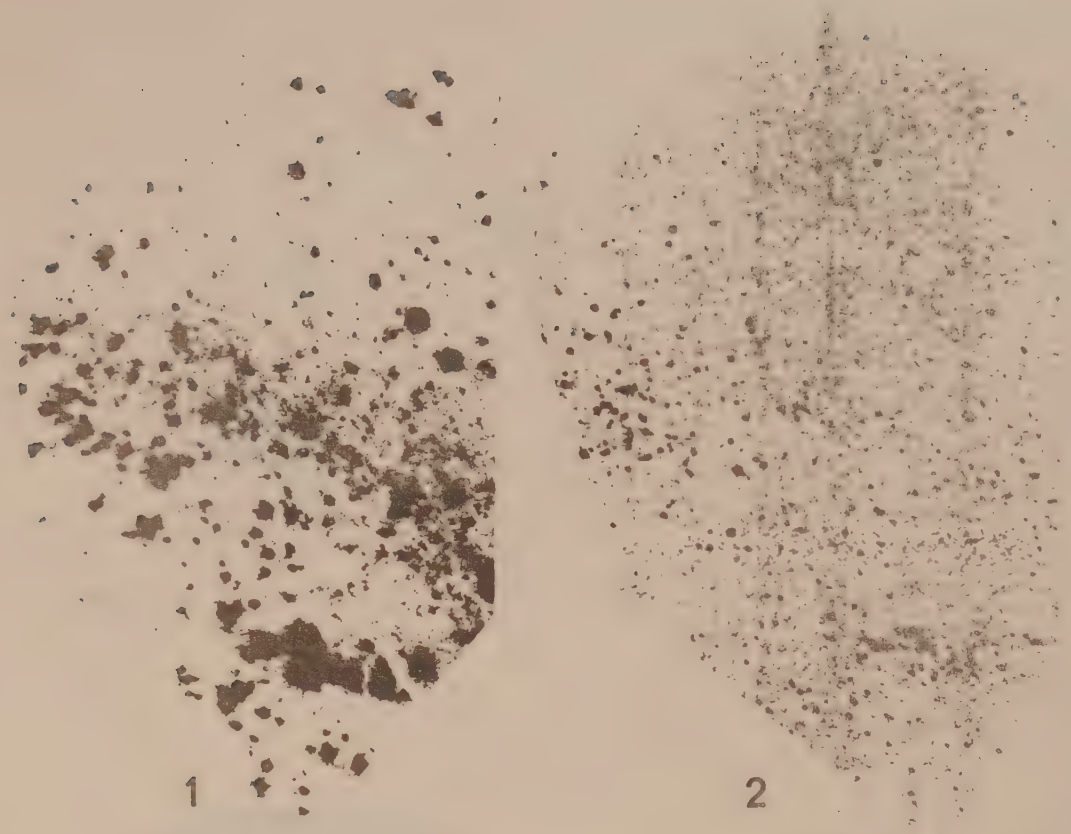


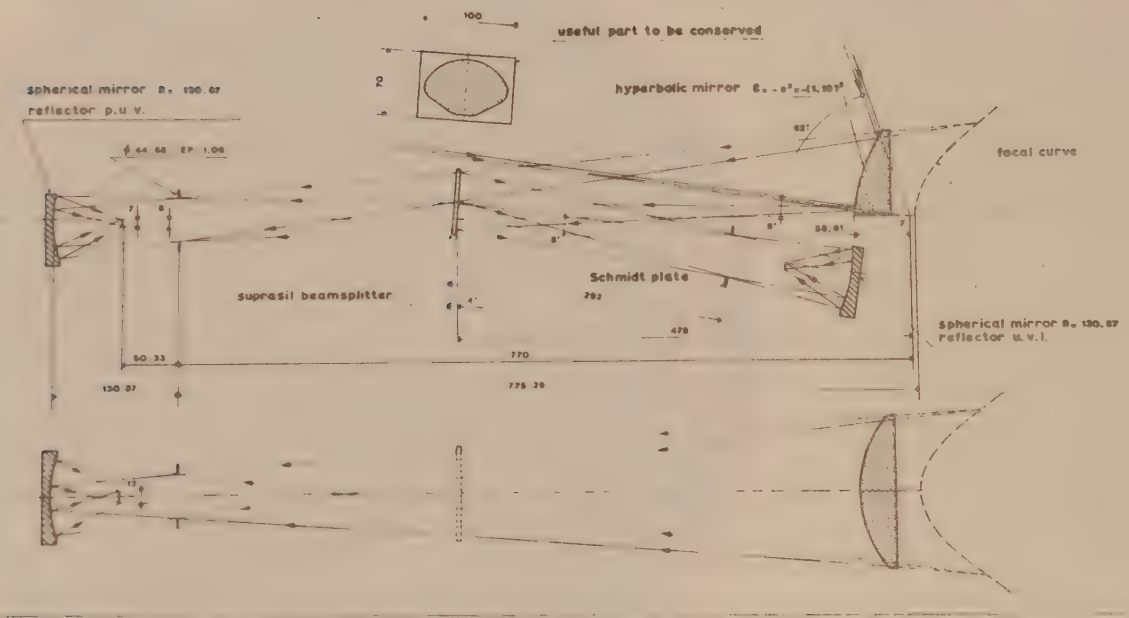
Interférogramme de Fizeau de la lame photographiée avec une source laser He-Ne. Lalame est déformée sur les deux faces. Une frange d'égale épaisseur représente 0.209-µm sur la lame et 0.110 -µm de déformation sur l'onde incidente du télescope.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Verre | : BSC B16 64 | Rayon extérieur | : R=324-mm |
| Coefficient de Poisson | $\vartheta$=0.21 | Rapport des rayons | : $\rho_1$=1.296 |
| Module d'Young | : E=8.2 $10^5$ kgf $cm^{-2}$ | Rapport des charges | : $\eta_1$=2.92 |
| Epaisseur | : h=16.5-mm | Déformation centre-zone de Kerber | : W=258-fges ≡53.9-µm |
| Rayon d'appui | : H=250 -mm | | |




1. Région de $\delta$ Ori (en haut à droite ) $m_v = 2,2$ et $\varepsilon$ Ori (en bas ) $m_v = 1,7$ photographiée avec un télescope de Schmidt direct F/1,5. Lame correctrice en BSC B1664 de 24-cm d'ouverture et 4-mm d' épaisseur taillée avec un rapport de charges $\eta = 6$. Kodak IIaO, pose 3 min, sans filtre (agrandissement photographique = 15).
2. Image stellaire extrafocale fournie par le télescope précédent.
3. Image stellaire extrafocale d'un Schmidt de 60-cm, F/3,5 dont dont la lame a été déformée par la méthode des retouches zonales.



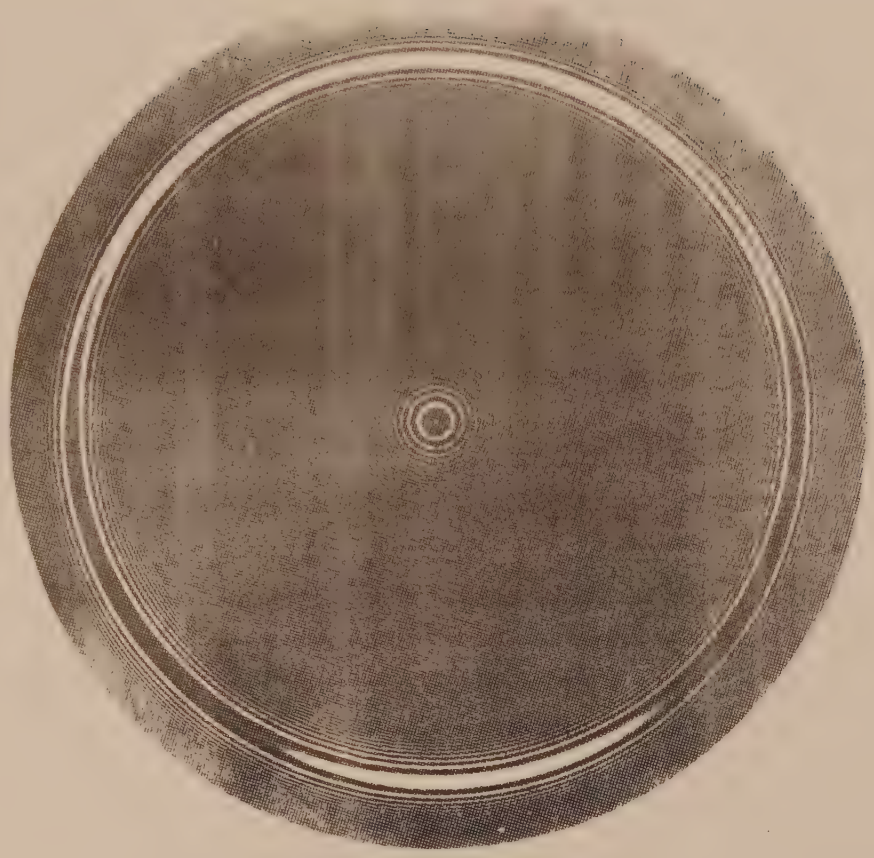



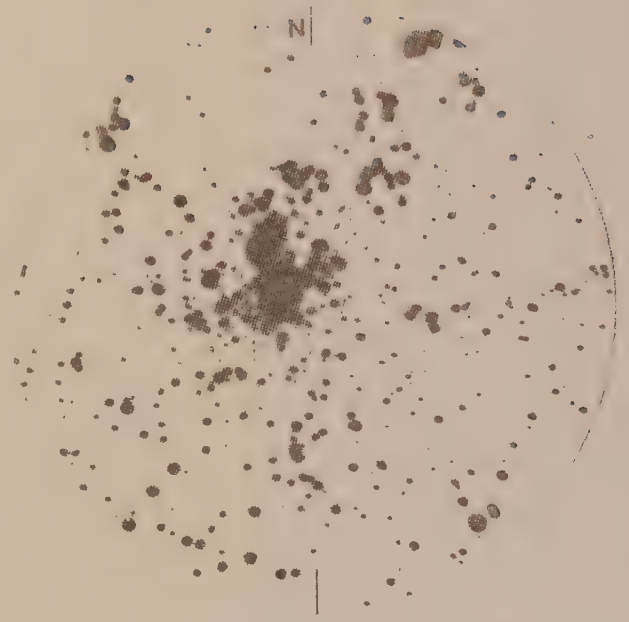

Partie commune de deux clichés UV à très grand champ (80°x120°), centrés sur 2650-Å et obtenus par deux caméras de même focale :

1 - M. Viton et J.P. Sivan, le 4 avril 1967 avec la caméra nocturne PUV de type Maksutov. F=6-mm, 103a0-UV, 210sec.

2 - M. Viton, le 7 décembre 1972 avec la caméra Janus UVL de Schmidt représentée en bas . F=6-mm , 103a0 , 136sec.

Le chromatisme de la caméra de Maksutov est pratiquement supprimé.



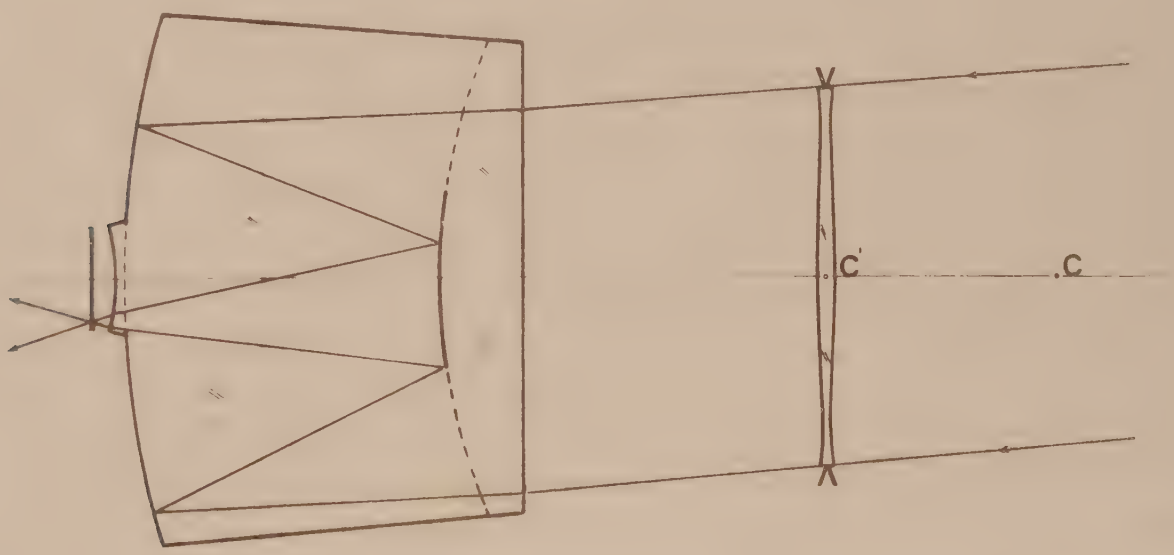



Franges d'égale épaisseur d'une lame de silice à F/1,1 soit 65.4-µm de déformation sur 17,3-mm, constituant la pupille de 40-mm de la caméra Maurer de type Schmidt-Cassegrain F/1,85 à champ plan (5° sur 6,5-mm), équipant l'une des expériences de de S183 Apollo Skylab.

Cliché UV (2500-Å) de $\eta$ Carina + amas ouvert, obtenu lors de la 3ème mission (décembre 1974).

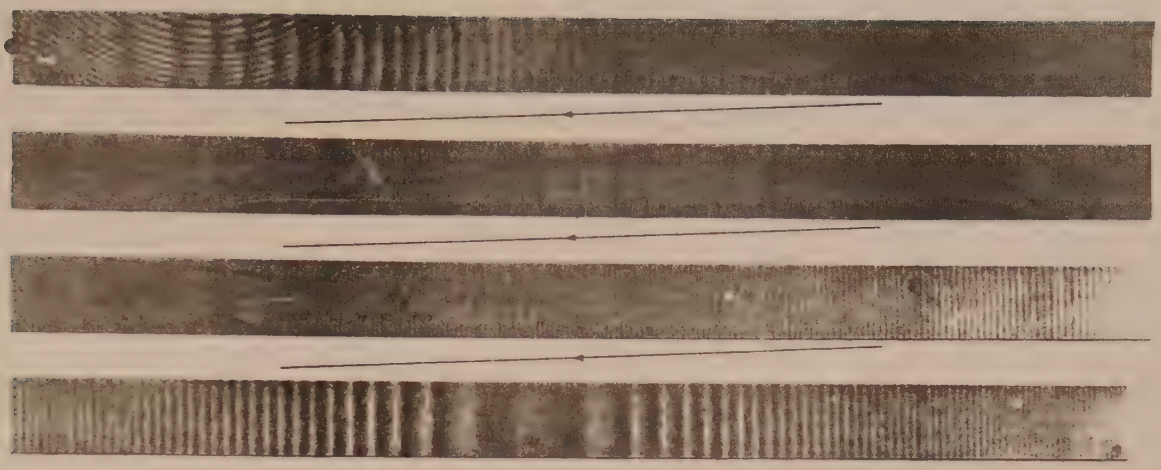
Dans la nouvelle disposition imaginée par Carruthers (1967), on dispose sur la surface focale d'une chambre de Schmidt, une photocathode par réflexion (opaque). Ceci améliore le rendement quantique électron - photon d'un facteur 7 ou 8 par rapport à une photocathode par transmission (semi-transparente) et évite aussi les pertes par absorption bans le support de photocathode. La formation de l'image électronographique peut être assurée par un aimant permanent tubulaire disposé autour du miroir. Les émulsions nucléaires pouvant avoir un grain beaucoup plus fin que les émulsions photographiques, ce type de spectrographe très compact possède de nombreux avantages : pouvoir de résolution élevé sur un champ important, linéarité entre la densité de l'image et le flux incident, très faible obturation centrale même à grande ouverture, meilleur rendement quantique et grande efficacité dans l'ultraviolet lointain (1000-Å).

Lorsqu'on désire utiliser un spectrographe alternativement avec une plaque photographique et un tube intensificateur d'image, on peut concevoir une chambre de Schmidt-Cassegrain de faible tirage pour minimiser l'obturation centrale. Dans une version très lumineuse, on utilise une chambre semi-solide (voir figure). Soit C' le cen-




- Chambre de Schmidt-Cassegrain semi-solide -

tre commun de la pupille et de la lame, le système massif est monocentrique autour du point C conjugué de C' par rapport à la face avant (plane). Une lame de silice de 100-mm d'ouverture ayant 124-mm

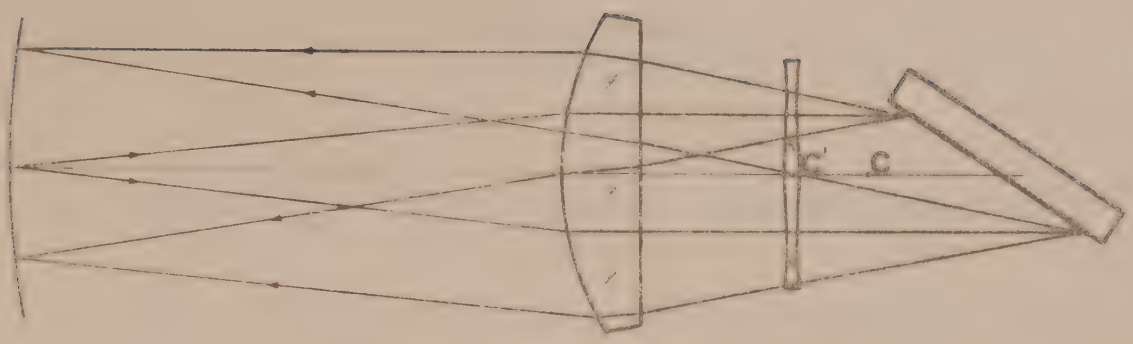


- Interférogramme de Fizeau de la demi-méridienne -
(575-franges He-Ne soit 124-µm sur la lame)

de déformation sur 46-mm (575-franges He-Ne sur la photographie), a été réalisée pour un spectrographe semi-solide F/1.7 de ce type. La dispersion sera de 90-Å/mm avec un réseau de 600-tr/mm travaillant dans le premier ordre. L'intervalle spectral de pleine lumière sera de 1800-Å soit 20-mm sur la photocathode par transmission.

Dans le nouveau montage spectrographique à "pupille blanche" imaginé par Baranne (1965) et utilisé actuellement en dispersion croisée sur la caméra électronique de Lallemand au foyer F/30 du télescope de 150-cm de l'Observatoire de Haute-Provence, l'élément dispersif du montage de Littrow utilise comme collimateur une lentille simple. Pour un spectrographe ou un spectromètre de Littrow à pupille blanche travaillant au foyer Cassegrain F/8 des grands télescopes, foyer plus ouvert, il conviendra probablement de corriger au mieux l'objectif collimateur qui devra alors posséder les propriétés d'un anastigmat. Un objectif dioptrique du type récemment utilisé par Walraven (1972) résoud le problème par son champ très grand et son efficacité dans les proches ultra-violet et infra-rouge. Cet objectif (voir figure) est constitué d'une lame déformée et d'une lentille plan-convexe ; Le point C étant le centre de courbure de la lentille, le centre de la lame est placé en C' conjugué de C par rapport à la face plane de la lentille.

En appelant $\Omega_{Sch}$ le nombre de fermeture du Schmidt direct pour




- Objectif dioptrique à grand champ -

lequel une lame correctrice donne le stigmatisme, la même lame rend stigmatique la lentille plan-convexe d'indice n et de nombre de fermeture $\Omega_{Pl\text{-}co}$ tel qu'on ait

$$\Omega_{Pl\text{-}co} = \left(\frac{2n}{n-1}\right)^{2/3} \Omega_{Sch}$$

Pour une lame déformée à F/2.42, c'est à dire $\Omega_{Sch} = 2.42$, et une lentille d'indice n = 3/2, cet objectif est ouvert à F/8.

L'emploi de correctrices asphériques dans les objectifs dioptriques à grand champ (Sloan et Hopkins, 1967), aussi bien que dans les correcteurs de champ des foyers Newton et Cassegrain des grands télescopes (Gascoigne 1965, Schulte 1966, Pourcelot 1966 et Köhler 1966), fait apparaître un gain substantiel en résolution, comparé au système sphérique équivalent optimisé et, laisse penser que l'élasticité permettra une utilisation plus fréquente des systèmes réfringents asphériques.

# BIBLIOGRAPHIE

C.G. Wynne, Journal of the optical society of America, vol. 59, p.572 (1969).

J.G. Baker, Journal of the american philosophical society, 82, 3, p.339 (1940).

C.R. Burch, Montly notices, 102, p.159 (1942).

O.R. Montgomery, L.A. Adams, Applied Optics, 9, 2, p.277 (1970).

G.R. Carruthers, Applied Optics, 8, 3, p.633 (1969).

G. Courtès, New techniques in space astronomy, Labuhn and Lüst (Eds.), I.A.U. (1971).

. Kellner, Brebet américain n° 969785 (1910).

B. Schmidt, Mitt. Hamburg Sternv., 7, p.15 (1932).

A. Kerber, Central Zeit f. Opt. und Mech., p.157 (1886).

H. Chrétien, Calcul des combinaisons optiques, p.349 (1959).

A. Couder, Comptes Rendus, 210, p.327 (1940).

E. Everhart, Applied Optics, 5, 5, p.713 (1966).

B.A.J. Clark, Journal of the astronomical society of Victoria, 6, p.76 (1964).

R.E. Cox, Sky and telescope, 6, p.388 (1972).

F. Cooke, Applied Optics (1972).

G. Lemaître, D.E.A. Fac. Sc. Marseille, (non publié) (1968).
Comptes Rendus, t.270A, p.266 (1970).
Brevet français, ANVAR n° 7019261 (1969).

D.O. Hendrix, Pub. of the Astr. Soc. of the Pacific,3,p.158 (1939).

G.R. Carruthers, Astronomical Journal, 148, L141,(1967).

A. Baranne, Comptes Rendus, 260B, p.3283 (1965).

A. Baranne, Instr. for Larges Telescopes, ESO-Genève, p.227 (1972).

T. Wairaven, Instr for Larges Telescopes, ESO-Genève, p.[illegible] (1972).

American Institute of physics handbook - Mc Graw-Hill,
second edition (1963).

T.R. Sloan, R.E. Hopkins, Applied Optics, 6, 11, p.1911 (1967).

S.C.B. Gascoigne, The Observatory, 85, p.79 (1965).

D.H. Schulte, Applied Optics, 5, 2, p.309 (1966).

A. Pourcelot, Comptes Rendus, t.262B, p.982 (1966).

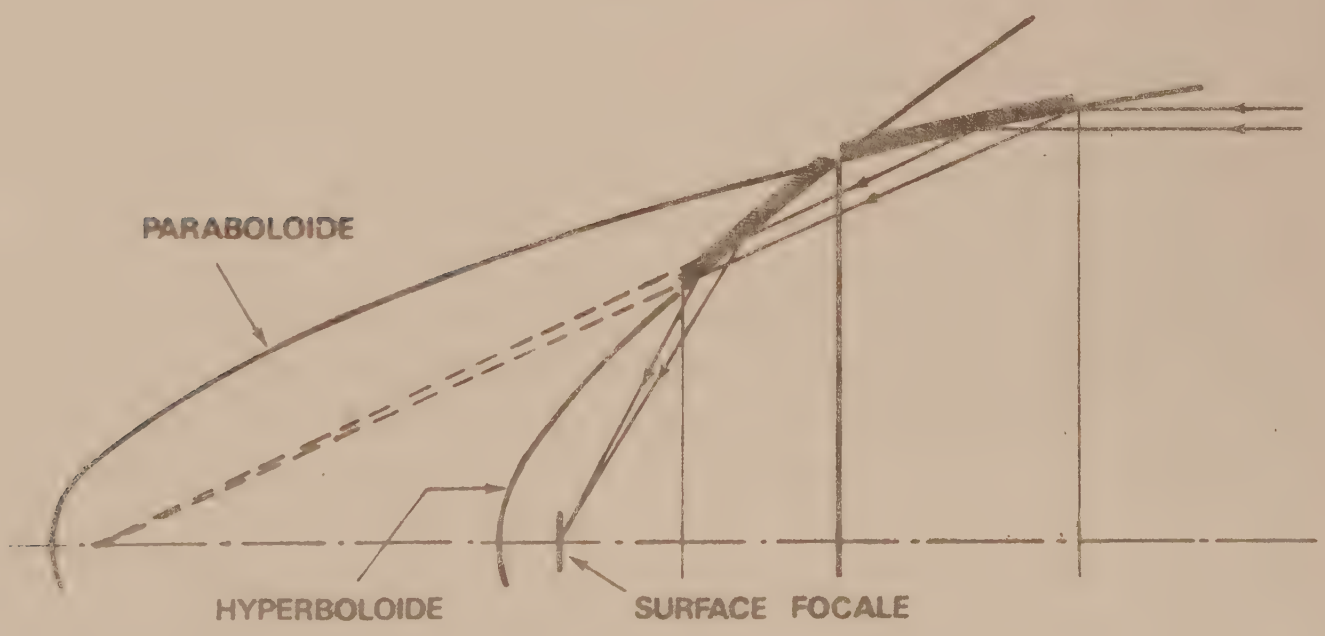
H. Köhler. E.S.O. Bulletin, 2, p.13 (1967).

# C H A P I T R E 6

## TELESCOPES A INCIDENCE RASANTE ET MIROIRS QUASI-CYLINDRIQUES

### 1 - TELESCOPE A INCIDENCE RASANTE.

Pour des recherches astronomiques en rayons-X , R. Giacconi et B. Rossi proposèrent pour la première fois (1960) l'emploi d'une surface réflectrice travaillant sous des incidences rasantes. Par la suite on considère également la possibilité de perfectionner ce type d'intrument en utilisant deux surfaces réflectrices. En 1965 des combinaisons aplanétiques tubulaires pour l'astronomie en rayons-X proches (8 à 50 Å) ont également été décrites par Giacconi et al.. Dans sa configuration classique le télescope à deux miroirs utilise les réflexions internes sur un paraboloïde puis sur un hyperboloïde.




- Télescope à incidence rasante -

Les deux surfaces sont coaxiales et le foyer du paraboloïde est placé sur le foyer conjugué de l'hyperboloïde.

Pour obtenir une efficacité suffisante, il est nécessaire de ne pas dépasser pour les miroirs primaires et secondaires des pentes respectives d'environ $1^{o}$ et $3^{o}$. Les surfaces collectrices sont évidemment très faibles (quelques centimètres carrés) par rapport aux dimensions du télescope et les nombres de fermeture sont toujours grands (F/D > 10).

Deux procédés ont été principalement considérés pour l'exécution des miroirs. D'une part l'électroformage de miroirs en nickel à partir d'une matrice convexe en acier inoxydable poli, d'autre part la taille par retouches zonales d'une couche de kanigen déposée sur un substrat métallique (Al ou Fe).

Avant de réaliser des miroirs ayant des méridiennes curvilignes, les premiers miroirs tubulaires taillés furent des cônes. La méthode de retouches zonales permet actuellement d'exécuter les meilleurs profils paraboliques et hyperboliques qui fournissent finalement des images de $40''$ à $60''$ d'arc, ce qui ne représente évidemment pas la limite ultime.

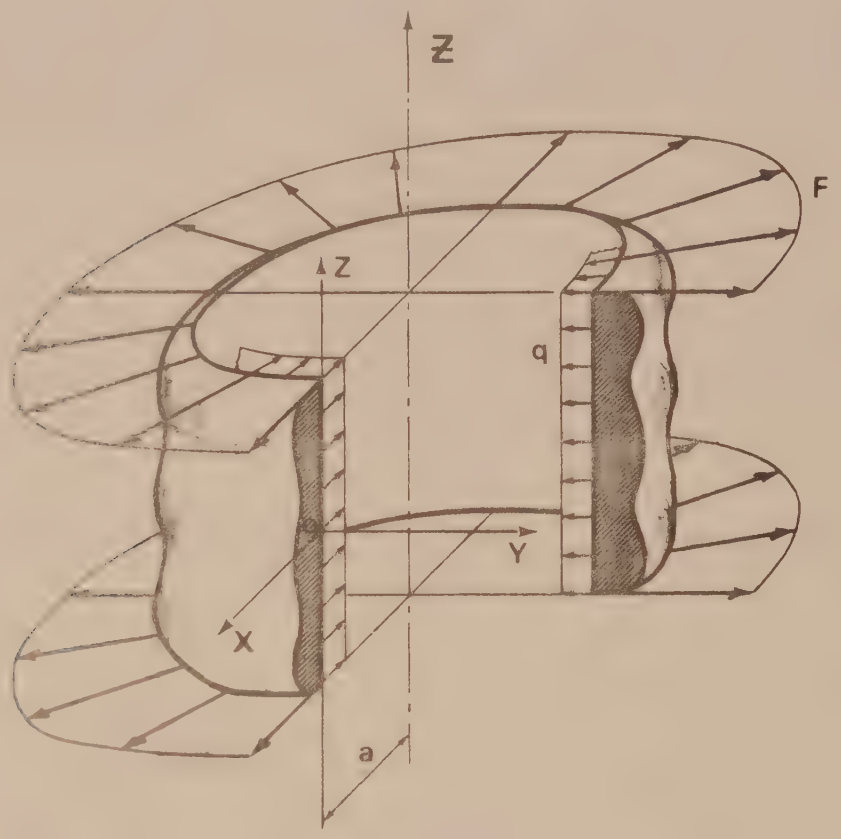
## 2 - ELASTICITE - SURFACES TUBULAIRES.

Les surfaces tubulaires peuvent être taillées avec une précision interférométrique lorsqu'il s'agit de cylindres de révolution. Pour les cônes de révolution de faible ouverture, les difficultés surviennent au moment du polissage. Etant donné la faible pente de ces miroirs (au plus égale à $3^{o}$), on peut toutefois espérer les surmonter en utilisant un polissoir pleine taille de grande rigidité axiale et de faible rigidité tangentielle. Mais il devient impossible d'effectuer par cette méthode, un polissage sans retouches locales lorsqu'il s'agit de tailler les surfaces tubulaires donnant le stigmatisme (paraboloïde et hyperboloïde).

Le calcul optique montre que les écarts séparant la surface stigmatique de la surface tronc de conique s'appuyant sur les deux extrémités circulaires de la précédente, ont une amplitude telle que

ce problème pourrait être résolu par élasticité. Le calcul montre également que ces écarts peuvent être considérés comme maximum au milieu du miroir et que la loi de variation peut être extrêmement bien lissée par un parabole.

En supposant le miroir quasi-cylindrique de rayon a (fibre neutre), comme première approximation pour le calcul d'élasticité, on se propose de rechercher le profil d'épaisseur $h$ à donner au miroir sachant que ce dernier est soumis à une charge extérieure symétrique




et uniforme $q$ pendant toute la taille et qu'il est en réaction d'appui radial sur ses deux extrémités. Cette configuration offre quelques facilités du point de vue de la mise en oeuvre.

L'axe des Z étant un axe s'appuyant sur une génératrice du cylindre parallèlement à l'axe de symétrie $Z$ , si $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ est la rigidité recherchée, les équations traduisant l'équilibre du secteur cylindrique élémentaire données par S. Timoshenko et S.

Woinowsky-Krieger, permettent de lier la rigidité à la flèche $w$

$$\frac{d^2}{dz^2}\left(\mathcal{D}\,\frac{d^2w}{dz^2}\right) + \frac{Eh}{a^2}\,w = q \qquad (6.1)$$

Soit en fonction de $h$ et $w$ , l'équation sans dimension :

$$\frac{1}{12(1-\nu^2)}\,\frac{d^2}{dz^2}\left(h^3\,\frac{d^2w}{dz^2}\right) + \frac{h}{a^2}\,w = \frac{q}{E}$$

En considérant les grandeurs réduites $e = h/a$ épaisseur réduite, $\chi = w/a$ flèche réduite, et $\zeta = [12(1-\nu^2)]^{1/4}\, z/a$ variable axiale réduite, il vient

$$\frac{d^2}{d\zeta^2}\left(e^3\,\frac{d^2\chi}{d\zeta^2}\right) + e\,\chi = \frac{q}{E}$$

Soit $2b$ la longueur utile du quasi-cylindre réflecteur. L'hypothèse d'une déformation purement parabolique se traduit par une expression de la forme

$$w = \alpha a\left(1 - \frac{z^2}{\beta^2}\right) \qquad \text{avec} \qquad \beta = \frac{b}{a}\left[12(1-\nu^2)\right]^{1/4}, \qquad (6.2)$$

l'origine des déformations étant prise sur les extrémités du miroir $w(\beta) = 0$ et la déformation maximale demandée (pour $\zeta = 0$) étant caractérisée pour le facteur d'amplitude sans dimension $\alpha$ tel que $w(\zeta=0) = w_{maxi} = \alpha a$ . Il est préférable de considérer la flèche réduite $\chi = w/a$ , soit :

$$\chi = \alpha\left(1 - \zeta^2/\beta^2\right) , \qquad \text{avec} \qquad 0 \leq \zeta^2 \leq \beta^2 .$$

L'équation différentielle de l'épaisseur peut alors s'écrire

$$\begin{cases} -2\,\dfrac{d^2}{d\zeta^2}\left(e^3\right) + \left(\beta^2 - \zeta^2\right) e = Q , \\ \text{avec} \quad Q = \dfrac{1}{\alpha}\,\dfrac{q}{E}\,\beta^2 . \end{cases} \qquad (6.3)$$

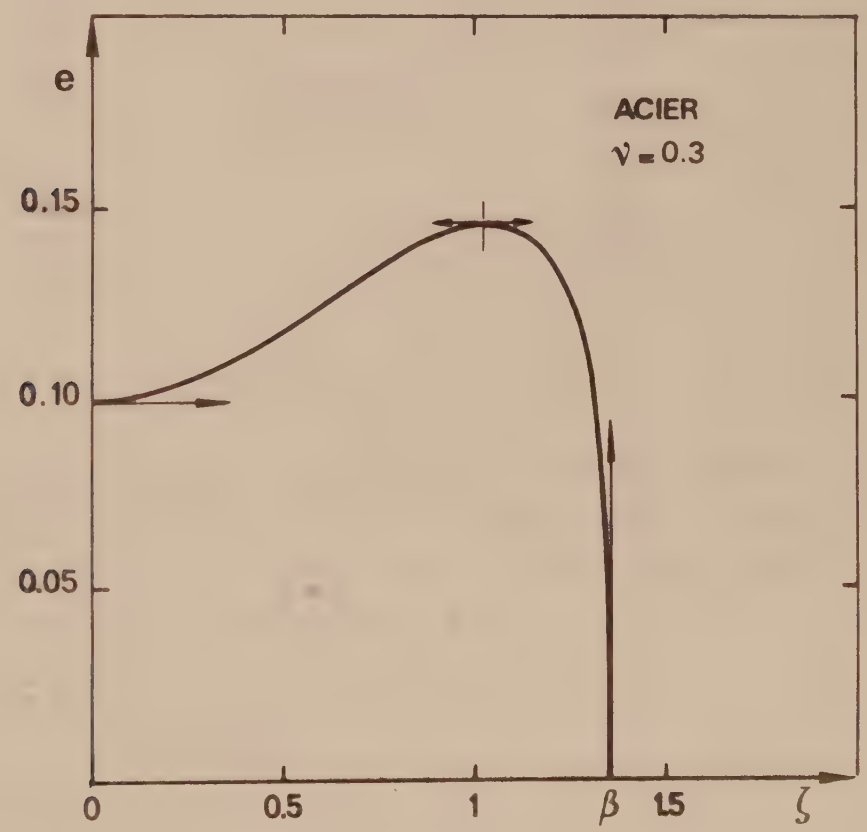
équation non linéaire du 2ième ordre.

Une étude réalisée au Service d'électronique physique de Saclay montre qu'un télescope pourrait être composé de deux miroirs en acier traités de Kanigen, dont les dimensions principales seraient les suivantes :

- Miroirs en acier-Kanigen (Paramètres réduits)

| | | |
|---|---|---|
| coefficient de Poisson | $\nu = 0{,}30$ | |
| module d'Young | $E = 20.10^5$ kgf.cm$^{-2}$ | |
| diamètre optique | $2a = 200$ mm | |
| longueur optique | $2b = 150$ mm | $\beta = [12(1-\nu^2)]^{1/4}\, b/a = 1{,}3491$ |
| épaisseur centrale | $h_o = 10$ mm | $e_o = h_o/a = 0{,}1$ |
| déformation par rapport au cône | $w_{maxi} \simeq 10\ \mu$m | $\alpha = w_{maxi}/a = 10^{-4}$ |

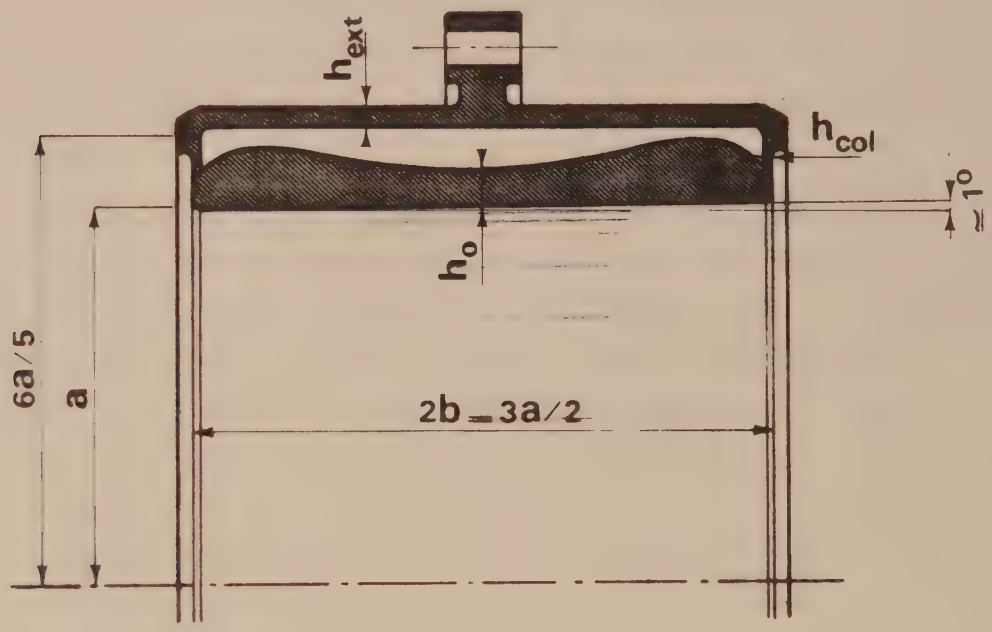
L'intégration de l'équation précédente donne pour la charge réduite $Q = 0.1728$ , soit une charge uniforme à exercer $q = 19{,}0$ kgf.cm$^{-2}$.
Le profil d'épaisseur du miroir est représenté par la figure ci-dessous




- Demi profil d'épaisseur du miroir quasi-cylindrique -

Du point de vue expérimental, une enceinte tubulaire entourant le corps du miroir, et résistante à une pression d'environ 80 $kgf.cm^{-2}$ permettra d'obtenir la déformation recherchée. Pour le miroir étudié (diamètre moyen 200mm) une épaisseur centrale de $1/20^{ième}$ du diamètre entraîne une charge d'environ 20 $kgf.cm^{-2}$ pour obtenir le stigmatisme. Cette charge sera maintenue constamment pendant toutes les opérations de surfaçage.

L'enceinte devra évidemment être réalisée en deux parties, brasées à l'amoniaque ou à l'hydrogène, ou mieux, soudées par bombardement électronique afin d'éviter l'apparition de contraintes locales lors de l'assemblage. La configuration idéalisant les deux appuis extrêmes à faibles moments d'encastrement sera réalisée au moyen de deux collerettes relativement étroites travaillant principalement en traction.




- Géométrie du miroir tubulaire -

Afin d'éviter les risques de rupture, il faudra connaître le coefficient de sécurité en vérifiant que l'épaisseur centrale du miroir résiste à la charge $q$. Il faudra même choisir une épaisseur $h_o$ n'entraînant pas de déformations plastiques :

$$h_o \geqslant \frac{q}{\sigma_{Elas}} a$$

L'épaisseur de la paroi externe et des deux collerettes d'appui devront également être choisies de manière que l'on vérifie bien

$$h_{ext.} > \frac{5}{4} \frac{q}{\sigma_{Rupt}} a \quad \text{et} \quad h_{coll.} = \frac{q}{\sigma_{Rupt}} b ,$$

Dans le but d'optimiser les images in situ, il paraît intéressant d'exercer, pendant la taille, une charge légèrement plus importante que la charge $q$ fournissant le stigmatisme. La meilleure image sera alors déterminée avec plus de souplesse en faisant varier une charge résiduelle relativement faible. Il n'y a aucun inconvénient à agir de la sorte puisque la flexion du miroir est toujours parabolique d'après les hypothèses de départ. Lorsque, par une température donnée, la charge résiduelle réalisant le stigmatisme est déterminée, un asservissement de la pression permettra éventuellement de la maintenir constamment ou de la faire varier, de manière à compenser les variations du module d'Young des miroirs avec la température de l'expérience spatiale.

Bien que les compteurs à scintillations, et les compteurs proportionnels soient actuellement les principaux détecteurs de sources X en astrophysique, leur pouvoir de résolution est médiocre (inférieur à 1' d'arc) et l'on ne peut étudier, même grossièrement, la structure des sources détectées (telle que la Nébuleuse du Crabe, par exemple). Le fait que les rayons X se réfléchissent avec une grande efficacité, sous des incidences rasantes, entraînera dans un proche avenir la construction de combinaisons optiques focalisantes telles que des télescopes quasi-cylindriques susceptibles de fournir des images à haute résolution (1 à 2") ainsi que des spectres optiques en particulier pour les expériences d'astronomie X à bord de la navette spatiale dans les années 80.

# BIBLIOGRAPHIE

R. Giacconi et B. Rossi, J. Géophysic Res., p.773 (1960)

R. Giacconi, N.F. Harmon, R.F. Lacey et Z. Szilagyi, Journal of the optical society of America, 55, p.345 (1965.

R. Giacconi, W.P. Reidy, T. Zehnpfennig, J.C. Lindsay et W.S. Muney, Astrophysical Journal, 142, p.1274, (1965).

S. Timoshenko et S. Woinowsky-Krieger, Théorie des Plaques et Coques. Edition Béranger. p.468 (1961).

R. Rocchia -Communication privée, C.E.N.. Saclay.

R.M. Thomas "The Saclay rank P.I. grazing incidence X-ray mirror". Publication du Service d'électronique physique, C.E.N. Saclay.

# C O N C L U S I O N

Une première série d'expériences sur la correction pure des trois aberrations primaires, nuisant à la qualité des images, a montré que la méthode de déformation par élasticité des dioptres permet d'engendrer des miroirs asphériques ne présentant d'ailleurs pas la symétrie de révolution pour le cas des ondes d'aberration en coma ou en astigmatisme. La taille des miroirs secondaires Cassegrain ou Grégory pourra en être améliorée. Le premier télescope de Schmidt par réflection hors de l'axe que nous avons construit pour l'astronomie en lumière ultra-violette, montre que l'on peut déjà résoudre 4" d'arc à F/1,5. Les essais entrepris pour un projet de grand collecteur infra-rouge montre que l'on pourrait envisager l'emploi de deux mosaïques de miroirs asphériques non de révolution.

Des miroirs à focale variable peuvent être obtenus en réalisant un profil d'épaisseur produisant des flexions purement paraboliques sous l'effet d'une charge uniforme dont l' intensité est inversement proportionnelle à la longueur focale. Ces dispositifs pourront être d'un emploi utile pour compenser le champ des interféromètres à oeil de chat dans les applications de la spectroscopie par transformée de Fourier, ainsi que pour les télescopes solaires.

Les lentilles minces et les lames correctrices de Schmidt pourront être avantageusement déformées sur les deux faces ainsi qu'il a été procédé sur la lame correctrice de 50 cm (F/2,6) qui a été taillée pour l'observatoire de Lyon et pour une lame de 24 cm à F/1,5. Pour une charge de 1 atmosphère et des verres d'optique classiques, la limite physique de la méthode est de F/3 pour obtenir le stigmatisme d'une lentille mince de moindre aberration et de F/1 pour les correctrices de Schmidt déformées sur les deux faces.

La méthode permet d'obtenir la qualité interférométrique, et nécessite moins d'art de la part de l'opticien puisque la taille des sphères est la plus naturelle.

Pour les recherches astronomiques en rayons X, on pourra obtenir le stigmatisme en exerçant des charges de l'ordre de 20 atmosphères dans les enceintes tubulaires entourant les miroirs quasi-cylindriques.

La théorie développée ici, est fondée sur la faible déformation des plaques minces :

Les flèches z d'une plaque doivent rester faibles devant son épaisseur h. Cette hypothèse est très souvent respectée quand on considère la correction des aberrations d'un instrument moins ouvert que F/2. Pour une quadrique, la déformation et la flèche de sa sphère osculatrice sont dans le rapport $\varepsilon/64\,\Omega^2$ soit 1% pour une parabole à F/1,25 . On s'écarte également peu de cette hypothèse lors de la taille des lames de Schmidt plus déformées que F/2 (chap. 5). En effet dans le cas ou la charge est la même de part et d'autre de l'appui, soit 1 atm., la déformation d'une lame à F/1,3 est égale à 2% de son épaisseur. Toutefois dans le chapitre 5, la déformation indiquée correspond à une plaque d'épaisseur constante, ce qui n'est pas le cas lorsqu'on termine la taille d'une lame très déformée. A F/1,3 , par exemple, la variation d'épaisseur totale qui est de 4%, entraine une augmentation d'environ 12% sur la déformation calculée en supposant la plaque d'épaisseur constante, et modifie légèrement le profil de la déformation. Pour des lames plus ouvertes que F/2, on pourrait donc se proposer de calculer la déformation effectivement obtenue et de voir si elle favorise la correction de l'aberration sphérique d'ordre supérieur c'est à dire en $\rho^6$. L'expérience semble montrer qu'il en est ainsi.

Dans les chapitres 1 et 2 concernant la correction de l'aberration sphérique et de la coma, la théorie des plaques minces n'est pas très respectée puisque pour obtenir une courbure nulle au centre il faut que l'épaisseur centrale soit infinie. Cependant cette théorie a le mérite de faire effectivement apparaître une épaisseur centrale infinie, ce qui correspond intuitivement à une condition nécessaire pour engendrer des flexions en $\rho^4$ ou en $\rho^3\cos\theta$ . Le premier miroir déformable exécuté d'après les calculs du chapitre 1, montre que la précision sur la correction de l'aberration sphérique a été supérieure à 2% bien que cette expérience n'ait pas bénéficié du meilleur soin dans la réalisation de l'appui périphérique. Il faut donc en conclure que la théorie des plaques minces fournira une précision de déformation supérieure à 1% dans la correction de l'aberration sphérique à F/2 . Pour des miroirs plus ouverts il sera peut être intéressant d'élaborer une théorie plus fine en considérant le problème à trois dimensions, mais il faudra d'abord tenir

compte de l'aberration du 5ième ordre et de l'influence du poids propre dans la théorie des plaques minces.

Il ne faudrait pas oublier d'élaborer également le dispositif déformant, car les conditions d'appui ou d'encastrement doivent être respectées avec une précision interférométrique, ce qui demandera toujours un soin extrême. Les joints d'étanchéité doivent aussi remplir une fonction bien définie. Si ces joints ne jouent pas le rôle d'appui, ils devront être constitués de pâtes ayant une viscosité convenable, ou de caoutchouc imprégné de graisse à vide de manière à ne pas rendre le système hyperstatique en faisant apparaître des charges non désirées.

Il faut distinguer le cas où l'on se contente de déformer après la taille et celui où l'on déforme pendant la taille. En effet la taille modifie les coefficients globaux d'élasticité qui comprennent les tensions superficielles. Dans le chapitre 5, pour duverre en BSC B16-64, des variations de 15 à 20 % de la flèche apparaissent, à charge déformante égale ($\sigma_{rupt}/10$), entre la surface ébauchée (granularité égale à 1 % de l'épaisseur) et la même surface polie. Ces variations sont équivalentes à une augmentation du module d'Young lorsque l'on affine l'état de la surface du dioptre. Cette variation de flèche n'affecte pas le profil de la déformation qui pourra toujours corriger une aberration sphérique ; toutefois des recherches devraient être effectuées sur différents matériaux pour connaître un peu mieux ces effets de peau et pouvoir ainsi être plus précis quant à l'amplitude des déformations obtenues.

Il est nécessaire de souligner, de plus, un important phénomène de relaxation élastique, qui ne constitue pas également un obstacle à la méthode, mais qui est imbriqué avec le phénomène précédent et affecte aussi la précision sur l'amplitude des déformations obtenues surtout sur des pièces de grande dimension. A titre indicatif, pour du BSC B16-64 recuit fin astronomique et soumis à des contraintes du 1/10ème de la rupture, on a constaté un écart d'environ 25 % entre la flèche instantanée et la flèche stabilisée ; le disque utilisé avait 60-cm de diamètre et le temps de relaxation à 1 % était d'environ 4-h. Ces temps de relaxation sont fonction de la contrainte maximale et de la dimension de la surface optique.

Bien que les matériaux, dont nous disposons actuellement pour l'optique astronomique, soient très homogènes du point de vue des contraintes et des inclusions internes, il serait illusoire de chercher à trop affiner la théorie. Une amélioration de la méthode de déformation par élasticité des dioptres impliquera nécessairement une meilleure connaissance de l'effet de peau, de la relaxation élastique et aussi de la contrainte de rupture qui dépend des deux phénomènes précédents. Des recherches dans ce sens seront pour le moment les plus précieuses et c'est à ce prix que l'on pourra utiliser l'élasticité des dioptres d'une manière plus générale pour obtenir des déformations plus grandes et une précision meilleure.

En terminant ce travail, je suis heureux d'exprimer ma profonde reconnaissance à :

- Monsieur Ch. FEHRENBACH, Membre de l'Institut, Directeur de l'Observatoire de Haute-Provence,

qui m'a enseigné l'Astronomie. Je lui dois de m'avoir proposé un travail qui me convenait dans la carrière que je souhaitais et d'avoir facilité la réalisation des nouveaux appareils.

- à Monsieur P. CASAL, Professeur

qui a bien voulu porter une bienveillante attention aux résultats de ces recherches.

- à Monsieur A. BARANNE, Astronome Adjoint,

qui m'a enseigné l'Optique Instrumentale, et m'a fait profiter de sa grande expérience en me donnant de nombreux conseils.

- à Monsieur G. COURTES, Directeur du Laboratoire d'Astronomie Spatiale,

qui a toujours encouragé le développement de ces recherches dans son Laboratoire.

- à Monsieur G. MONNET, Directeur de l'Observatoire de Marseille,

qui m'a apporté une aide constante en suivant de près ce travail.

Je remercie également :

- Monsieur J.H. BIGAY, Directeur de l'Observatoire de Lyon, qui m'a chaleureusement encouragé et qui a également contribué à ces développements en nous confiant la réalisation d'importantes pièces d'optique.

- Monsieur P. CONNES (Laboratoire Aimé Cotton) et son équipe de l'Observatoire de Meudon pour les fructueuses discussions que nous avons eues à propos du troisième chapitre de ce mémoire.

- Madame KOCH et Monsieur ROCCHIA du Service d'Electronique Physique (CEA Saclay) qui m'ont très aimablement accueilli.

Je tiens également à exprimer ma reconnaissance à :

- Madame S. GARZINO et à Messieurs G. RAY, A. MUNIER, D. PELLETIER, P. MONTIEL, D. LACROIX, A. BAUTHEAS, J. RAY pour la conscience et le soin qu'ils ont apportés dans la réalisation pratique de nombreuses expériences et dans la préparation matérielle du manuscrit.

Vu et permis d'imprimer

Marseille le 25 janvier 1974

Le President

F. Borel